Instituto Politécnico de Beja

Escola Superior de Educação

Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Estudo a Apresentar no Relatório Final

A resolução de problemas matemáticos e a aprendizagem autorregulada dos alunos

Joana Patrícia Correia Martins

Beja

2013

Instituto Politécnico de Beja

Escola Superior de Educação

Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

A resolução de problemas matemáticos e a aprendizagem autorregulada dos alunos

Estudo a Apresentar no Relatório Final

Elaborado por:

Joana Patrícia Correia Martins

Orientado por:

José António do Espírito Santo

Maria Manuela Oliveira e Azevedo

Beja

2013

Aos meus pais

Agradecimentos

A realização deste Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, em especial esta última etapa, exigiu e contou com o apoio de um conjunto de pessoas que, de uma forma direta ou indireta, me ajudaram e contribuíram para a consecução dos objetivos do mesmo e às quais gostaria de expressar toda a minha gratidão e os meus sinceros agradecimentos.

Em primeiro lugar, quero dirigir os meus agradecimentos aos docentes José António do Espírito Santo e Maria Manuela Oliveira e Azevedo pela forma sábia, pedagógica e determinada como orientaram o meu percurso para a concretização dos objetivos.

Seguidamente, agradeço a todos os docentes que, igualmente, colaboraram com disponibilidade, empenho e dedicação.

Agradeço, também aos meus pais e irmão que me incutiram normas e valores, tornando-me uma pessoa consciente e capaz de encarar o mundo tal como ele é. Foram eles que me ensinaram que nada se faz sem esforço e que todo esse esforço um dia seria recompensado. Todos estiveram sempre ao meu lado, incentivando-me e apoiando-me nos momentos mais difíceis.

Agradeço, também, ao meu namorado e à sua família, aos meus familiares e amigos pelo seu apoio incondicional, por me terem auxiliado na resolução de problemas e por me terem indicado o melhor caminho para atingir o sucesso.

Quero ainda dirigir uma gratidão muito especial à Isabel Neves e à Odete Palma.

Gostaria finalmente de agradecer, também, a todos os intervenientes da Escola Básica do 1.º Ciclo de Mértola pela disponibilidade, hospitalidade e auxílio, em especial às crianças que me receberam de braços abertos.

Resumo

No presente relatório pretende-se compreender através das etapas de resolução de problemas enunciadas no modelo de Pólya, aplicando contudo um modelo mais simplificado (modelo enunciado por Boavida (2008) e Palhares (2004)), se os alunos, neste processo matemático, são ou não autorregulados.

A investigação que adotou a metodologia de estudo de caso foi realizada na Escola Básica do 1.º Ciclo de Mértola, pertencente ao Agrupamento de Escolas do Ensino Básico/ E.S. de S. Sebastião, com um grupo de 6 alunos do 3.º ano de escolaridade, classificados pela Professora titular de turma de bons, médios e fracos na disciplina de Matemática.

A questão de investigação central é a seguinte: "Será que os alunos, na resolução de problemas, são alunos autorregulados?".

No final do estudo, concluiu-se que os alunos são autorregulados, caso tenham uma atitude dinâmica e ativa no seu processo de aprendizagem, ou seja, possuam a capacidade de delinear e reformular estratégias para a execução de um plano, neste caso, um plano que envolva a resolução de tarefas matemáticas. Tudo isto, depende das fases em que se encontram do desenvolvimento do seu processo metacognitivo.

Observou-se, através da análise da resolução das tarefas efetuadas pelos alunos e das entrevistas realizadas, que os alunos percorreram as etapas a seguir na resolução de problemas, enunciadas por Pólya. Embora não se tenha verificado uma diferenciação entre a elaboração de um plano e a sua execução, considerou-se que as etapas definidas por Boavida *et al*. (2008) e Palhares (2004) são as que melhor se ajustam a este nível de ensino, embora a etapa da avaliação não tenha sido ainda interiorizada pelos alunos.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Problemas matemáticos; Modelo de resolução de problemas de Pólya; Autorregulação na aprendizagem.

Abstract

The aim of this report is to understand the autorregulation in students using a simplified mathemathic model. The goal is figuring out how to resolve problems.

The mother model used is Polya`s, as refered by Boavida (2008) and Palhares (2004).

The methods used in this investigation were applied in E.B. 1.º Ciclo Mértola, which belong to the cluster of Basic Schols (Escola São Sebastião), using a group of 6 students of the 3rd grade. The teacher had previously stratified the students according to their grades: B, C and D.

The main question in this research woud be the following: Do the students self-regulate themselves when it comes to solving mathematical problems?

By the end of this research, I was able to conclude that students are in fact self-regulated if they have a dynamic and proactive attitude in their learning process.

Through task-solving analysis and the following interviews, students walked through the stratified stapes of Pólya`s mathematical problem-solving techniques.

Despite not finding a clear diference between plan elaboration and plan execution, it was obvious that the strategies used by Boavida e Palhares are the ones that self-adjust and fit better this level of teaching.

The students did not group the evolution staging methods.

Key-words: Problems solving; Mathematics problems; Pólya`s solving method; Self-regulative learning.

Índice Geral

Índice de Figuras

Índice de Apêndices

Introdução

O presente relatório de investigação foi realizado no âmbito do Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, em contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, no último período do ano letivo de 2012/2013.

O tema escolhido incide sobre os métodos/ estratégias utilizados pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, tendo em vista apurar se estes têm relação com o método de Pólya e com o modelo de Planificação, Execução e Avaliação (PLEA) do processo de aprendizagem autorregulada.

Como objetivo principal do estudo, quis percecionar se através do (s) procedimento (s) utilizado (s) pelo aluno na resolução de problemas, estes se demonstram autorregulados, tendo em vista os seguintes objetivos específicos: identificar o conceito de problema matemático, na perspetiva dos alunos; identificar o processo utilizado na resolução de problemas matemáticos, nomeadamente através da identificação das estratégias utilizadas pelos alunos; analisar as etapas tomadas em consideração pelo aluno, aquando da resolução de uma determinada tarefa, à luz do método de resolução de problemas de Pólya (adaptado por Boavida *et al.* e Palhares, em consonância com o Programa Curricular que é trabalhado no 1.º Ciclo do Ensino Básico); averiguar se são seguidas as etapas enunciadas no modelo planificação, execução e avaliação (PLEA) do processo de aprendizagem autorregulada.

O trabalho que se apresenta é constituído por quatro capítulos.

O primeiro capítulo − "Enquadramento Teórico" − diz respeito à contextualização e teorização sobre o tema escolhido para esta investigação, na qual é abordada a resolução de problemas, a teoria de resolução de problemas de Pólya, assim como de Boavida *et al.* e Palhares e, ainda, as teorias da aprendizagem autorregulada.

No segundo capítulo, − "Metodologia" – apresenta-se a natureza do estudo, as questões orientadoras, os objetivos e os sujeitos do estudo e, ainda, os instrumentos e os procedimentos metodológicos.

No terceiro capítulo, − "Descrição do processo e Análise dos dados" − encontram-se sistematizados os dados obtidos através das entrevistas e das tarefas matemáticas realizadas aos alunos, sendo feita a interpretação da análise de dados.

Finalmente, no quarto capítulo − “Conclusão do estudo” – apresentam-se algumas ilações com base na reflexão acerca da realização e desenvolvimento deste trabalho, assim como dos resultados obtidos no estudo.

1. Enquadramento Teórico

1.1. Considerações gerais

Aprender matemática é um direito de todo o ser humano, direcionado maioritariamente para crianças e jovens, pois a "matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos" (Abrantes *et al.*, 1999: 17). A importância de aprender matemática é referenciado por vários autores e, neste âmbito, Ponte e Serrazina (2000) apresentam quatro razões, nomeadamente, o facto desta ciência constituir um património do qual todos deveriam usufruir; referem ainda que a matemática enquanto ciência deve revestir-se de um caráter formativo, lembram o papel transversal que esta ciência assume na resolução de problemas do quotidiano e a sua crescente aplicabilidade nas mais diversificadas áreas do conhecimento, como na química, na biologia, na economia, na física, na medicina, na informática.

Numa sociedade cada vez mais complexa e que se assume fundamentalmente como tecnológica, o domínio do saber matemático constitui um direito ao exercício de cidadania de todos.

Por sua vez e segundo Tenreiro−Vieira (s/d), a educação matemática das crianças e jovens deve ser conduzida de modo a salvaguardar a literacia matemática, potenciando o desenvolvimento de competências essenciais no exercício de uma cidadania responsável que garanta um desenvolvimento igualmente responsável. Importa referir que se entende por literacia matemática a capacidade de compreender a matemática, de possuir opiniões bem fundamentadas acerca do seu papel e da utilidade na sociedade, para se tornar um cidadão ativo.

De modo análogo, o Programme for Internacional Student Assessment (PISA), citado por Tenreiro−Vieira (s/d), ressalva que a literacia está diretamente relacionada com as capacidades dos alunos aplicarem conhecimento, analisarem, raciocinarem e comunicarem com eficácia, enquanto colocam, resolvem e interpretam problemas diversificados em diferentes contextos e situações.

Das competências essenciais referidas anteriormente, está entre elas a competência matemática que deve ser desenvolvida ao longo de todo o ensino básico, de forma a envolver a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais. Esta competência contempla a exploração de situações problemáticas, a procura de regularidades, a realização de testes e conjeturas e a consequente formulação de generalizações assim como o desenvolvimento do pensamento lógico, ou seja, a capacidade de raciocinar matematicamente.

Importa, também, desenvolver o gosto e a confiança de cada aluno na realização de atividades intelectuais que envolvam o raciocínio matemático e a ideia de que uma afirmação deverá sempre ser validada com uma argumentação lógica e não relacionada com alguma autoridade exterior. Dever-se-á também fomentar a aptidão para argumentar e comunicar ideias e descobertas matemáticas através de uma linguagem, quer escrita quer oral, rigorosa, concisa, adequada a cada situação e acessível a todos.

Por outro lado, desde cedo, trabalham-se as noções de conjetura, teorema e demonstração, bem como as consequências advenientes da utilização de diferentes definições das mesmas (ainda que na faixa etária em estudo estas noções surjam informalmente sem que os intervenientes tenham essa consciência). Importa, igualmente, incutir nos alunos a vontade de entender a estrutura de um problema de modo a fomentar o desenvolvimento dos processos de resolução e, consequentemente, desenvolver a aptidão para identificar/analisar os erros eventualmente cometidos, delineando estratégias alternativas. Ainda segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico, importa desenvolver a capacidade de decidir acerca da viabilidade de um resultado num determinado contexto, usando o cálculo mental, os algoritmos de papel e/ou instrumentos tecnológicos; é igualmente importante identificar e apreciar a estrutura abstrata presente em determinados contextos, nomeadamente em problemas do quotidiano relacionados com natureza, arte, economia, entre outros, estando presentes elementos numéricos, geométricos, …(ME, 2001)

Em suma, de acordo com a National Council of Teachers Mathematics (NCTM), o sucesso da educação matemática depende de um ensino assertivo dentro da sala de aula, em que os alunos *constroem* e *aprendem* matemática através das experiências que lhes são proporcionadas. Deste modo, os conhecimentos matemáticos, a sua capacidade de os utilizar na resolução de problemas, a confiança e pré-disposição em relação a esta ciência são delineados pelo tipo de ensino que é preconizado na escola (NTCM, 2000).

Com isto, pode dizer-se que a Matemática se assume, inequivocamente, como ciência fundamental no desenvolvimento da sociedade, o seu papel reposiciona-se a cada momento enquanto motor de grande parte da investigação científica e reveste-se, paralelamente, de um carácter estruturante em termos educativos, fundamental ao desenvolvimento intelectual das nossas gerações. A resolução de problemas é vista como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia a dia, bem como de outros domínios do saber. Trata-se, em suma, de ser capaz de resolver e de formular problemas e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos (NTCM, 2000).

Tal como se ressalva no programa curricular NCTM (2007), a resolução de problemas é indissociável de toda a aprendizagem matemática, pelo, que esta não pode ser entendida como uma unidade isolada do programa desta disciplina, ou seja, deverá sempre englobar as cinco áreas de conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria e Medida e Análise de Dados e Probabilidades).

1.2. Resolução de problemas

A resolução de problemas traduz-se na capacidade do indivíduo, ou grupo de indivíduos, utilizarem eficazmente processos cognitivos de aprendizagem mais ou menos complexos.

Existem várias definições do conceito "resolução de problemas" e, segundo Pólya (1980), citado por Palhares (2004), resolver um problema é encontrar uma solução para a dificuldade, é encontrar um caminho em redor do obstáculo através de meios apropriados, de modo a obter um fim desejável que não esteja disponível de imediato. Consequentemente, a resolução de problemas abarca um conjunto de procedimentos e estratégias que o aluno terá de selecionar e adaptar com o propósito de apresentar uma resposta eficaz.

Não basta, no entanto, deter um conjunto de conhecimentos e relacioná-los entre si. O sucesso está também relacionado com as experiências, capacidades e reconhecimento das limitações de cada um. Deste modo, a resolução de problemas é o conjunto de ações tomadas pelo indivíduo para resolver uma determinada situação, num percurso onde este deverá ser capaz de ultrapassar ou contornar as dificuldades subjacentes à mesma.

Neste contexto, a definição de problema tem vindo a ser estudada por vários matemáticos, como Mayer (1985), citado por Palhares (op. cit.), o qual afirma que um problema ocorre quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar a uma situação final, sem se conhecer previamente o caminho para a atingir. Por outro lado, Lester (1983), citado por Palhares (op. cit.) designa o problema como uma situação em que o indivíduo é chamado a desenvolver uma tarefa para a qual não possui instrumentos que o ajudem na sua resolução.

Deste modo, é lícito afirmar que não existe um único método para resolver problemas nem para ensinar a resolvê-los. Palhares (op. cit.: 21) refere que Pólya afirma que "ensinar a resolver problemas envolve experiências consideráveis e um estudo aprofundado sobre o processo de chegar à solução".

Assim sendo, Pólya constatou que a resolução de problemas matemáticos se desenvolve seguindo um percurso composto por vários momentos ou etapas, em que cada uma delas envolve processos cognitivos, ou capacidades de pensamento. O Modelo de Pólya atrás referido está representado no Quadro 1:

Quadro 1. Modelo de resolução de problemas, segundo Pólya.

Etapas	Processos cognitivos/ capacidades de pensamento
Compreensão do problema	Identificar os dados e as condições da situação; identificar os dados relevantes; clarificar termos e expressões; fazer e responder a questões sobre o problema de modo a precisar o que se pretende.
Elaboração de um plano	Estabelecer conexões com problemas já resolvidos, identificando semelhanças e diferenças; organizar a informação relevante para a resolução de um problema; procurar e avaliar várias estratégias e selecionar a que se afigura mais adequada e eficaz.
Execução do plano	Implementar a estratégia selecionada e tentar resolver o problema.
Avaliação	Rever e avaliar a razoabilidade e adequação da solução ao contexto e procurar estratégias alternativas de resolver o problema.

(Tenreiro−Vieira, s/d: 19)

Boavida *et al*. (2008), referem que o modelo de Pólya é bastante complexo para ser apreendido pelos alunos no 1.º ciclo. Por esta razão, apresentaram um modelo mais simplificado, onde a segunda e terceira fases estão juntas, uma vez que na prática são similares e, a partir do momento em que se delimita o plano, este começa imediatamente a ser desenvolvido.

Segundo estes autores, a resolução de problemas deverá percorrer as seguintes etapas:

- ✓ **Ler e compreender o problema** de modo a que sejam identificados os dados e as condições da situação apresentada. Nesta fase, deverão ser analisadas todas as palavras, expressões e condições enunciadas; de seguida, dever-se-ão sistematizar os dados fundamentais, onde o professor deve colocar questões acerca do problema de modo a que os alunos compreendam o que é pretendido.
- ✓ F**azer e executar um plano**, selecionando as estratégias mais adequadas para a resolução de cada problema, em concreto. Será oportuno recordar a resolução de um problema similar e/ou identificar sub problemas que o possam identificar. Após a identificação e recolha de informação, importa organizar a mesma numa tabela ou gráfico, no sentido de agilizar a seleção de uma estratégia eficaz na resolução do problema. Por último, implementa-se a estratégia previamente delineada.
- ✓ **Verificar todos os cálculos** e, se eventualmente as soluções encontradas não se coadunarem com a interpretação/ contexto, dever-se-ão alterar as estratégias implementadas de forma a identificar soluções alternativas para o sucesso (Boavida *et al.*, 2008; Palhares, 2004).

Neste âmbito, qualquer um destes modelos apresentados envolve o recurso a um conjunto de estratégias para delinear e executar o plano de resolução, sendo o modelo uma visão global de como o indivíduo se deve orientar na resolução de um problema enquanto as estratégias são os instrumentos utilizados ao longo do processo de raciocínio do aluno.

O uso de estratégias segundo um modelo permitirá ao aluno evoluir gradualmente no desenvolvimento do seu raciocínio, permitindo a transição de um problema mais fechado e estruturado para situações mais abertas sem o perigo de se sentir perdido (Palhares, op. cit.). Algumas estratégias utilizadas na resolução de problemas, são:

- ✓ Descobrir um padrão/ fazer conjeturas;
- ✓ Fazer tentativas;

- ✓ Reduzir a um problema mais simples/ Decomposição/ Simplificação;
- ✓ Fazer uma simulação/ dramatização/ experimentação;
- ✓ Fazer uma lista organizada.

(Boavida *et al.*, op. cit.: 23; Palhares, op. cit.: 12).

Importa, por fim, salientar que as estratégias supracitadas podem ser utilizadas isoladamente, várias em simultâneo, ou em conjunto com diversas representações (desenho, diagrama, esquema, gráfico ou tabela).

1.3. Aprendizagem auto-regulada

Os alunos devem assumir um papel ativo e dinâmico na construção da sua aprendizagem. A sua participação implica, por um lado, interação de conhecimentos, competências e motivações e, por outro, as próprias imposições colocadas pelo meio e sociedade no qual se inserem. Esta envolvência promove a organização, o planeamento, o controlo e a própria avaliação dos processos e estratégias utilizados, bem como os resultados alcançados aquando da realização das atividades e tarefas propostas. Esta autorregulação é levada a cabo pelo aluno, com a orientação do professor.

Neste processo está presente o conhecimento metacognitivo, conhecimento esse que passa pela tomada de consciência e controlo dos processos cognitivos necessários na aprendizagem, neste caso no processo de resolução de problemas matemáticos.

Biggs (1991: 24) refere que "… os alunos aprendem por uma grande variedade de razões, essas razões determinam a forma como aprendem e esta determinará a qualidade do seu resultado". Desta forma, no desenvolvimento do pensamento, das dimensões cognitivas, comportamentais e motivacionais ocorre a aprendizagem, estes processos são ativados pelos próprios indivíduos, para que possam construir aprendizagens significativas (Zimmerman, 1989). Neste contexto, a definição de aprendizagem autorregulada permite ressalvar a importância do indivíduo, como ser autónomo e ativo, no seu processo de aprendizagem (Veiga Simão, 2004). Zimmerman (2000) enfatiza que os alunos apenas podem ser classificados como autorregulados, quando são metacognitiva, motivacional e comportamentalmente ativos nos seus processos cognitivos, necessários à aprendizagem. Portanto, o indivíduo apenas é considerado autorregulado, quando possui capacidade de utilização de fases, processos e componentes que promovam a aprendizagem.

Rosário (2004: 37), caracteriza autorregulação como "… um processo ativo no qual os sujeitos estabelecem os objetivos que norteiam a sua aprendizagem tentando monitorizar, regular e controlar as suas cognições, motivações e comportamentos com o intuito de os alcançar".

Existem, atualmente, diversas teorias de aprendizagem autorregulada, sendo que todas apresentam definições e conceitos diferentes, tendo como ponto comum as características relativas à aprendizagem e à autorregulação. Refira-se, a título de exemplo, a teoria sociocognitiva da autorregulação, em que Brandura (1986), refere que a aprendizagem humana está diretamente relacionada com fatores internos e externos presentes nos processos cognitivos.

Por sua vez, o modelo das fases cíclicas da aprendizagem autorregulada preconiza um conceito de autorregulação, no qual a aprendizagem é realizada segundo diversas fases, processos e componentes que estão interligados. São considerados alunos autorregulados, aqueles que demonstraram um maior desenvolvimento a nível metacognitivo, motivacional e comportamental, aquando do desenrolar do seu processo de aprendizagem (Zimmerman, 2000).

Por último, o modelo PLEA (Planificação – Execução – Avaliação) dos processos autorregulatórios da aprendizagem desenvolve-se de uma forma processual, apresentando três fases, a saber: a planificação, execução e avaliação.

A fase da planificação consiste na análise da tarefa de aprendizagem, a qual permite aos alunos determinar quais são os recursos (pessoais e ambientais) disponíveis que lhes permitem alcançar os objetivos propostos face à realização da tarefa, delineando consequentemente um plano de ação.

Segue-se a fase de execução, que consiste na aplicação das estratégias anteriormente definidas. Por fim, o aluno verifica se o resultado da aprendizagem corresponde à meta inicialmente estabelecida por si esta fase designa-se por fase de avaliação. Em caso de discrepância entre o resultado e as metas propostas, o discente deverá formular novas estratégias com vista a determinar o objetivo determinado (Rosário *et al.*, 2008).

2. Estudo empírico

Tendo em conta o objetivo deste estudo, investiguei, analisei e refleti sobre os processos metodológicos a utilizar, de modo a que estes se adequassem corretamente e com todo o rigor, ao estudo pretendido.

Neste presente capítulo, irei evidenciar todo o processo de pesquisa, começando por abordar a natureza do estudo, apresentar as suas questões orientadoras, os seus objetivos, bem como os sujeitos do estudo e quais os instrumentos e o procedimentos metodológicos adotados.

2.1. Metodologia

Um trabalho de investigação tem uma metodologia própria que deve ser apresentada de forma ordenada, levando à aquisição de resultados. “A pertinência de um método deve ser avaliada à luz do objeto da pesquisa. Ela depende do seu contexto de utilização, dos objetivos determinados para a pesquisa e, mais globalmente, da questão a ser tratada.” (Alami *et al*, 2010: 19).

Ao serem tomadas opções metodológicas, o investigador deve dominar a opção pela qual optou, de forma a utilizar o método científico com rigor e honestidade.

Para Quivy e Campenhout (2008: 188), as técnicas de recolha de dados

> “(…) consistem em colocar um conjunto de inquiridos, geralmente representativos de uma população, uma série de perguntas relativas à sua situação social, profissional ou familiar, às suas opiniões, à sua atitude em relação a opções ou a questões humanas e sociais, às suas expectativas, ao seu nível de conhecimentos ou de consciência de um acontecimento ou de um problema, ou ainda sobre qualquer outro ponto que interesse aos investigadores (…)”.

Tendo em conta que esta investigação consiste num estudo exploratório e, considerando a natureza do seu objeto de estudo assim como os objetivos que visa atingir, este assumiu-se de natureza qualitativa, sendo que “os métodos qualitativos apresentam um espectro de utilização ao mesmo tempo mais específico e relativamente mais amplo: eles são empregados como métodos exploratórios de um fenómeno social emergente" (Alami *et al*., id. ibid.: 19). Para além disso, caracteriza-se pelo facto de os investigadores se interessarem mais pelo processo do que pelo produto final, destinando-se essencialmente a favorecer todos os elementos que permitam enveredar por novas pistas de pesquisa.

Neste contexto, para a presente investigação, optei por efetuar um estudo de caso que, segundo Yin (1984), é um tipo de investigação sobre um dado conjunto de acontecimentos em que o investigador tem pouco ou nenhum controlo, visando conhecer o seu "como" e os seus "porquês". Este tipo de investigação assume um forte carácter descritivo e pretende descobrir o que de essencial e característico existe numa situação específica, tida como única. Neste tipo de investigação de características não experimentais, o investigador não tem qualquer controlo sobre os acontecimentos, não sendo por isso possível ou praticável manipular as potenciais causas de comportamento dos participantes.

2.2. Formulação do objeto de estudo

2.2.1. Questões orientadoras do estudo

A investigação terá como base a seguinte questão geral:

- Será que os alunos, na resolução de problemas, são alunos autorregulados?

A questão de partida, anteriormente referida, levou-me a colocar outras questões paralelas que estruturam o meu interesse investigativo e lhe conferem desenvolvimento. Todas as questões são claras e concretas. Posto isto, pretendo dar resposta às seguintes questões específicas:

- Qual o conceito de problema matemático que os alunos possuem?
- Em que medida o processo de resolução de uma determinada tarefa efetuada pelo aluno proporciona o desenvolvimento de uma aprendizagem autorregulada e portanto autónoma?
- Quais as etapas usadas pelos alunos, na resolução de um problema?
- Que relação existe entre as etapas previamente definidas e as estipuladas por Pólya?
- Em que medida as estratégias definidas pelo aluno, seguem o Modelo de Pólya?

2.2.2. Objetivos do estudo

Tendo em conta as questões de investigação às quais pretendo dar resposta com a concretização deste estudo, defini o seguinte objetivo geral:

- ✓ Averiguar se, através do (s) procedimento (s) utilizado (s) pelo aluno na resolução de problemas, este mostra ser autorregulado.

Para a consecução deste objetivo, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Identificar o conceito de problema matemático, na perspetiva dos alunos;
- ✓ Identificar o processo utilizado na resolução de problemas matemáticos, nomeadamente através da identificação das estratégias utilizadas pelos alunos.
- ✓ Analisar as etapas tomadas em consideração pelo aluno aquando da resolução de uma determinada tarefa, à luz do método de resolução de problemas de Pólya.
- ✓ Analisar as etapas tomadas em consideração pelo aluno aquando da resolução de uma determinada tarefa, à luz do modelo PLEA, do processo da aprendizagem autorregulada.

2.3. Sujeitos do estudo

Este estudo foi realizado na Escola Básica do 1.º Ciclo de Mértola, pertencente ao Agrupamento de Escolas do Ensino Básico/ E.S. de S. Sebastião, sendo os sujeitos de investigação alguns alunos de uma turma do 3.º ano de escolaridade, constituída por 15 elementos. A turma é formada por 8 raparigas e 7 rapazes, com idades compreendidas entre os 8 e 9 anos. Da referida turma foi escolhida uma amostra de seis alunos, onde cada dois são classificados pela Professora titular de bons, médios e fracos na disciplina de Matemática.

2.4. Instrumentos de recolha e tratamento de dados

Definido o estudo, tanto em termos dos objetivos como dos sujeitos intervenientes, houve necessidade de determinar o modo de obter os dados necessários, tendo em conta as questões orientadoras subjacentes ao mesmo. Desta forma, a entrevista na sua vertente semiestruturada, configura-se como a melhor técnica de recolha de dados para este estudo, paralelamente aos resultados obtidos pelos alunos na resolução de problemas propostos.

2.4.1. Entrevista

Tendo em conta os objetivos deste estudo e, como já referi anteriormente, achei pertinente recorrer à técnica da entrevista, visto que esta me possibilita um contacto mais direto com os entrevistados. Morgan (1988), citado por Bogdan & Biklen (1994), afirma que uma entrevista baseia-se numa conversa intencional, normalmente entre duas pessoas, embora por vezes, nela possam participar mais elementos.

A entrevista é uma

> "técnica em que o investigador se apresenta frente ao entrevistado, lhe formula perguntas com o objetivo de obtenção de dados que interessam à investigação. A entrevista é, portanto, um forma de interação social. Mais especificamente, é uma forma de diálogo assimétrico, em que parte quer recolher dados e a outra apresenta-se como fonte de informação" (Gil, 1999: 113).

Com efeito, sendo a entrevista uma forma de comunicação verbal entre o entrevistador e o entrevistado numa relação direta e pessoal, permite que o entrevistador obtenha a informação sobre o tema através da recolha de dados provenientes da opinião do entrevistado, que favoreçam a caracterização de alguns aspetos considerados pertinentes. Por outras palavras, se por um lado se procura informação sobre o real, por outro, pretende-se conhecer algo sobre os quadros conceptuais dos entrevistados, enquanto elementos constituintes deste processo (Estrela, 1994). Neste caso, tendo em conta que foi utilizada uma entrevista semiestruturada, posso afirmar que esta permite a liberdade de opinião e de expressão do entrevistado, pois neste tipo de entrevista, "o entrevistador possui um referencial de perguntas-guia, suficientemente abertas, que serão lançadas à medida do desenrolar da conversa, não necessariamente pela ordem estabelecida no guião, mas antes à medida da oportunidade" (Pardal & Correia, 1995: 65).

Posto isto, embora o guião (Apêndice I) deste tipo de entrevista não contenha perguntas fixas e iguais para todos os entrevistados, tentei não "dirigir" as entrevistas e não limitar os entrevistados nas suas respostas, deixando-os manifestar livremente as suas opiniões e pensamentos, tendo em conta as questões formuladas. Deste modo, o guião da entrevista é apenas um instrumento para orientação do entrevistador e nunca um guião rigoroso de questões a colocar ao entrevistado.

A entrevista tinha como tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas (3.º ano de escolaridade) " e como objetivo geral "Conhecer o processo utilizado na resolução de problemas matemáticos, nomeadamente através da identificação das estratégias utilizadas pelos alunos aquando da resolução de uma determinada tarefa, à luz do método de resolução de problemas de Pólya (adaptado por Boavida *et al*. (2008) e Palhares (2004), em consonância com o Programa Curricular que é trabalhado no 1.º Ciclo do Ensino Básico) ".

O guião estrutura-se em sete blocos para uma melhor organização do discurso do entrevistador.

2.4.1.1. Procedimentos tomados na análise ao conteúdo da entrevista

A realização das entrevistas ocorreu na escola referida anteriormente, com dias e horas previamente combinadas com a Professora Titular de Turma, tendo tido cada entrevista uma duração aproximada de trinta minutos, sendo garantido o anonimato dos intervenientes com atribuição de nomes fictícios escolhidos pelos próprios alunos.

Para o registo de dados e, tendo em conta a qualidade dos mesmos, recorri com a autorização prévia dos Encarregados de Educação (Apêndice II), à gravação áudio das entrevistas. Optei por esta hipótese visto que a gravação tem a vantagem de evitar a perda de quaisquer dados relevantes, facilita a condução da entrevista e evita a distorção de informações. Previamente, com o auxílio do guião orientador, expliquei o tema, os objetivos e as condições para a realização do estudo.

Após a entrevista, procedi à redação dos respetivos protocolos (Apêndice III; Apêndice IV; Apêndice V; Apêndice VI; Apêndice VII; Apêndice VIII), sendo as entrevistas transcritas na íntegra, a partir dos registos obtidos na gravação aúdio.

Relativamente à redação dos protocolos, segui as instruções de Alami *et al*., segundo o qual:

> "deve[-se] manter o discurso na primeira pessoa e ser o mais fiel possível. Ela deve ser legível para um terceiro, o que por vezes supõe a clara explicação, por exemplo, daquilo que se tratava de comentários complementares do entrevistador, ou de não ditos, impressões e emoções que transparecem durante a entrevista. Igualmente, interessa explicitar entre parênteses as formulações que possam parecer esotéricas para um terceiro" (2010: 119).

Após a transcrição das entrevistas, procedeu-se ao tratamento e análise dos dados das mesmas para os quais considerei os seguintes momentos:

1.º Momento: Transcrição da entrevista de registo áudio para registo escrito, sendo esta feita na íntegra.

2.º momento: Primeiro tratamento da entrevista, excluindo toda a informação que se afastasse do pretendido (Apêndice IX; Apêndice X; Apêndice XI; Apêndice XII; Apêndice XIII; Apêndice XIV).

2.4.2. Documentos produzidos pelos alunos

No decorrer das entrevistas realizadas, foi pedido a cada aluno que resolvesse duas tarefas matemáticas, em cada uma das quais se procedeu à recolha dos registos realizados. Importa referir que as fontes das atividades propostas e posteriormente desenvolvidas pela investigadora foram recolhidos e adaptados da brochura *Desenvolvendo sentido do número – Materiais para o educador e para o professor do 1.º ciclo* e do livro *A experiência Matemática no Ensino Básico − Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*.

Estes documentos são considerados de máxima importância para a investigação realizada, uma vez que têm por base a análise dos procedimentos utilizados durante as atividades matemáticas.

2.4.2.1. Apresentação dos problemas

As atividades propostas aos alunos serviram para proporcionar à investigadora a possibilidade de encontrar as etapas tomadas na resolução de problemas.

Apresentam-se de seguida duas atividades distintas: *Piquenique no rio Guadiana* e *O Pedro foi comprar flores*.

2.4.2.1.1. Atividade: *Piquenique no rio Guadiana*

Enunciado da atividade

No dia da árvore, o Ricardo e o Diogo vão fazer um piquenique com um grupo de amigos, perto do Pulo do Lobo, no rio Guadiana.

Eles compraram pacotes de sumo para todos. Uns pacotes são vendidos em embalagens de quatro (Bongo) e outros de seis (Ice Tea). Em conjunto, compraram 12 embalagens, num total de 58 pacotes de sumo.

Descobre quantas embalagens de cada tipo compraram os dois rapazes?

2.4.2.1.2. Atividade: *O Pedro foi comprar flores*

Enunciado da atividade

O pai do Pedro deu-lhe 10 euros para comprar flores para oferecer à mãe.

Quando chegou ao mercado, a florista disse-lhe o seguinte:

− Hoje só há rosas, cravos, margaridas e tulipas. Cada rosa custa 2 euros, cada cravo custa 1 euro, cada margarida 50 cêntimos e cada tulipa 2 euros e 10 cêntimos.

O que é que queres comprar?

1. Descobre 4 hipóteses de fazer ramos gastando o máximo de dinheiro possível. No caso de sobrar dinheiro diz quanto sobrou.
2. Gastando entre 9€ e 10€, quantos ramos diferentes podem ser feitos com 3 túlipas?

3. Descrição do processso e análise dos dados

Este capítulo centra-se na análise não só das entrevistas realizadas a seis alunos do terceiro ano de escolaridade, mas também da resolução das tarefas matemáticas propostas aos mesmos. Estas tarefas foram elaboradas e planificadas (Apêndice XV e Apêndice XVI) no sentido de criar um ambiente propício à resolução de problemas, de modo a evidenciar as estratégias seguidas pelos alunos e a progressão das etapas de resolução de problemas consideradas pelo modelo de George Pólya, adaptado por Palhares (2004) e Boavida (2008), de acordo com o Programa Curricular do 1.º Ciclo do Ensino Básico, atualmente em vigor. Como já foi referido, a investigação iniciou-se através da implementação das entrevistas aos alunos e consequente aplicação e proposta de resolução de duas tarefas matemáticas.

3.1. Análise das respostas às perguntas iniciais

Da análise das perguntas efetuadas inicialmente aos alunos, constatei que para a maioria destes um problema é algo que se relaciona com situações sociais, diretamente relacionadas com a família, ou com determinados contextos inerentes às suas vivências pessoais. Em contrapartida, entendem um problema matemático como algo que tem de ser resolvido e explicado através de cálculos, esquemas (desenhos) e/ou gráficos. Na sua perspetiva, estas estratégias contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

3.1.1. *Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?*

Com efeito, podem observar-se as respostas dadas pelos alunos, nas quais mencionam que um problema do quotidiano corresponde a uma determinada situação que deve ser resolvida.

Neste contexto, a Inês afirmou que "Um problema é algo que acontece e que tem de ser resolvido." (Apêndice III); a Luísa, por sua vez, referiu que "*Um problema é uma coisa que acontece que nos faz pensar e para o qual temos de encontrar uma forma de o resolver com facilidade*." (Apêndice IV); para a Mariana: "*Um problema é quando alguém faz alguma coisa mal e depois chama alguém para ajudar a resolver a* *situação*." (Apêndice V); na perspetiva do José "*(...) um problema (...) é quando estou a jogar à bola com os meus amigos e ela vai para o outro lado da rede. Quando isso acontece tento que alguém que esteja na rua me passe a bola e o meu problema fica resolvido*." (Apêndice VI); segundo o ponto de vista da Catarina "*Um problema, para mim, é quando a minha mãe me dá um chocolate e eu tenho de arranjar uma forma de o dividir com o meu irmão*." (Apêndice VII); para o António: "*É uma coisa difícil, chata e má que tem de ser resolvida, fazendo as coisas bem*." (Apêndice VIII).

3.1.2. *O que é um problema matemático?*

Por outro lado, para estes alunos, em geral, um problema matemático consiste na resolução de situações que lhes são apresentadas através da aplicação de diversas estratégias. Cheguei a esta conclusão, ao constatar que, segundo a Inês "*É um problema que temos de resolver e que nos ajuda a desenvolver o cálculo*." (Apêndice III); para a Luísa "*Um problema matemático é algo que acontece e que depois temos de fazer contas e usar o cálculo mental para dar a resposta*." (Apêndice IV); na ótica da Mariana "*É um problema que a professora nos dá, onde temos que pensar numa forma de o resolver através da matemática*." (Apêndice V); na opinião do José "*Um problema matemático é aquele que envolve contas, outras vezes desenhos, pintura e através destas coisas conseguimos, por exemplo, achar quantas ovelhas existem num rebanho*." (Apêndice VI); na perspetiva da Catarina "*Muito difícil, onde temos de explicar o que pensamos com contas*." (Apêndice VII); finalmente, o António afirmou que "*É um problema que temos de resolver com contas que tem de dar um resultado certo*." (Apêndice VIII).

3.1.3. *Dá um exemplo de problema matemático.*

No decorrer da realização desta entrevista, procurei ainda saber quais as referências que os alunos têm de problemas matemáticos, solicitando-lhes alguns exemplos. Verifiquei que, para os alunos, os problemas matemáticos se baseiam em situações de contexto que podem ser mais ou menos complexas. Quando solicitei aos alunos que exemplificassem problemas matemáticos, constatei que, ao elaborarem o enunciado, forneciam os dados necessários e suficientes à resolução do problema idealizado (de um modo mais ou menos consciente), o que me leva a crer que a construção de enunciados seja uma prática relativamente constante no seu processo de aprendizagem, apesar de alguns alunos ainda não terem interiorizado de forma clara o que é um problema matemático, não o distinguindo de um mero exercício de cálculo.

Na verdade, muitos dos exemplos apresentados pelos alunos poderiam vir a ser considerados um enunciado pertinente para um problema matemático (podem considerar-se os exemplos sugeridos pela Inês e pela Catarina, de entre os apresentados infra).

Analisemos, então, os exemplos apresentados pelos alunos.

A Inês construiu o seguinte enunciado: "*Numa quinta um pastor tem duas ovelhas, sete galinhas e cinco coelhos. Quantas patas existiam ao todo, na quinta do pastor?*" (Apêndice III); a Luísa propôs o seguinte: "*Numa livraria existem cinco caixas de livros de ciências e quatro caixas de livros de matemática. A livraria precisa de cinco caixas de livros de matemática e de ciências. Quantas caixas faltam para chegar às 10 caixas de livros?*" (Apêndice IV); a Mariana criou um enunciado mais simples: "*Tenho 150 mil metros. Qual a sua terça parte?*" (Apêndice V); o José limitou-se à pergunta "*Quantas gramas tem um quilo?*" (Apêndice VI); a Catarina elaborou o seguinte: "*A Catarina foi ao mercado e comprou dez chocolates, cada um custou 1 euro e cinquenta cêntimos. Quanto custaram os chocolates no total?*" (Apêndice VII); por seu turno, o António apresentou uma operação de multiplicação "*5000x1000*" (Apêndice VIII).

3.2. Análise das etapas utilizadas na resolução dos problemas propostos

Após terem sido efetuados os procedimentos preliminares, no âmbito das perguntas intodutórias da entrevista, foram entregues a todos os alunos os enunciados dos dois problemas, em momentos distintos, para que pudessem ser resolvidos.

Depois da resolução, procedi à análise das respostas dos problemas propostos aos alunos, utilizando como referência o Modelo de Resolução de Problemas de Pólya. Ressalvo, no entanto, uma adaptação fundamental sugerida por Boavida *et al*. (2008), que considera que este modelo é bastante complexo para ser apreendido pelos alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico, pelo que, considerarei um modelo mais simplificado, apresentado pelo autor supracitado, que consiste apenas em três fases:

- ✓ Ler e compreender o problema;
- ✓ Fazer e executar um plano;
- ✓ Verificar todos os cálculos.

3.2.1. Ler e compreender o problema

Os alunos selecionados para esta investigação demonstraram grande interesse na resolução das tarefas propostas. Apenas um aluno deste grupo se mostrou menos interventivo, embora tenha havido, o cuidado de, aquando da elaboração das mesmas, considerar o contexto quotidiano e social dos alunos.

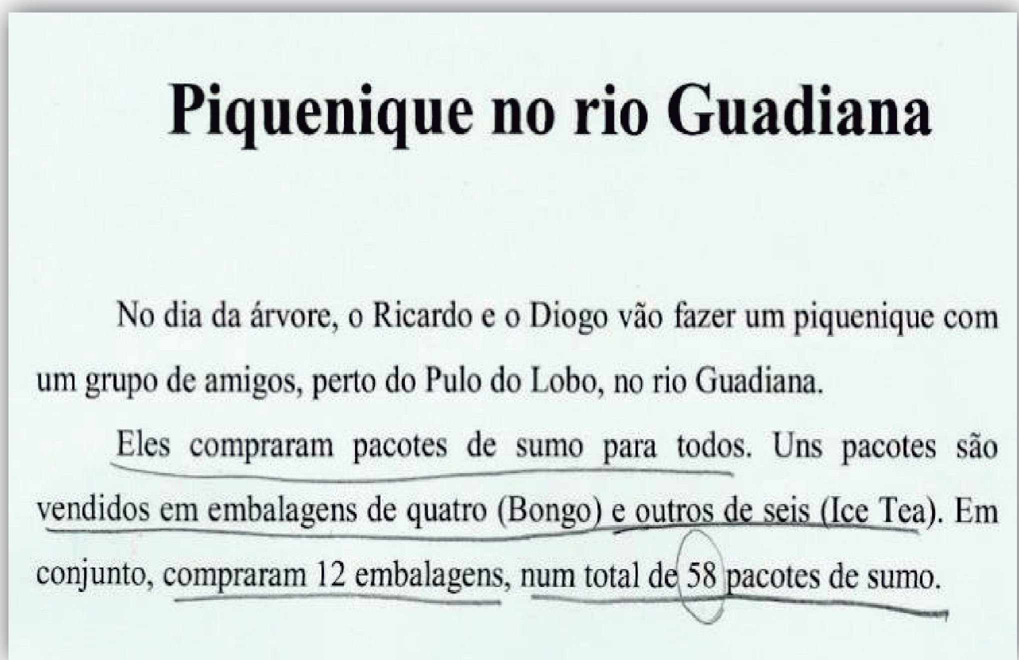
Ao observar a resolução dos problemas apresentados, verifiquei que na primeira fase defendida por Boavida *et al*. (2008) e Palhares (2004), "ler e compreender" o problema, os alunos apresentaram três procedimentos diferentes, embora similares. O procedimento mais utilizado pelos alunos na leitura do problema consistiu em ler o enunciado e sublinhar, simultaneamente, a informação (dados) que consideravam mais pertinente, o que revela que os alunos reconhecem a importância de retirar/recolher do enunciado os dados relevantes, conducentes à sua resolução.

Neste processo, sempre que eram questionados acerca de como inciaram a resolução da tarefa, os alunos referiram que "*Comecei por ler o título do problema e, de seguida, li o texto, e sublinhei os dados mais importantes o resolver, sublinhei-os e continuei a ler. (...) Quando recebi a folha do problema, comecei por ler o enunciado do mesmo e, conforme, ia lendo fui sublinhando o preço das flores, que era o que mais interessava para o resolver.*" (Apêndice X) - Luísa; a Mariana adiantou que "*Neste problema, fui lendo e sublinhando ao mesmo tempo o que achava importante para a sua resolução.(...) Comecei por ler o problema e, durante a leitura, sublinhei o que achei mais importante para o resolver.*" (Apêndice XI); a Catarina esclareceu que "*Comecei por ler o problema e sublinhar os dados que achei mais importantes. (...) Comecei por ler o problema e durante a leitura vi o preço de cada flor. Depois, reli o enunciado que pedia para formar quatro ramos diferentes.*" (Apêndice XIII).

Outro procedimento utilizado, similar ao descrito supra, consistiu em primeiro lugar na leitura e só posteriormente ocorreu a identificação dos dados necessários à resolução do problema (sublinhando-os). Neste contexto, os alunos enfatizaram o seguinte: a Inês referiu que *"A partir do momento em que recebi as folhas, tal como fiz na situação anterior, comecei por ler o enunciado do problema, sublinhando o que era* *necessário e mais importante para o poder resolver. (...)Quando recebi a folha, comecei por ler o enunciado do problema. Com esta leitura, consegui perceber o que me era pedido. Sublinhei as flores e os seus preços, pois era o mais importante para me ajudar a resolvê-lo.*" (Apêndice IX); o José afirmou que "*Comecei por ler todo o texto do problema, sublinhando no fim o que achei mais importante para a resolução. (...) Comecei o problema lendo o seu enunciado. Depois sublinhei os preços das flores*." (Apêndice XII).

Por fim, o último procedimento analisado consistiu unicamente na leitura do enunciado do problema. Apenas um dos elementos entrevistados procedeu desta forma, sendo que este aluno é considerado pela Professora Titular como um aluno com competências matemáticas menos desenvolvidas, tendo também, demonstrado menos interesse pelas atividades propostas. Assim, quando questionado, respondeu apenas que começou por "*(...)comecei por fazer a leitura do enunciado e percebi que tinha de recorrer à tabuada do 4 e do 6* [número de pacotes de cada embalagem de sumo] *para descobrir quantas embalagens tinha de comprar. (...) Comecei por ler as perguntas e compreendi que tinha de construir ramos sem passar os 10 €.*" (Apêndice XIV) − António, não tendo sublinhado qualquer dado para a resolução do problema. Todavia, apesar de não ter evidenciado os dados numa primeira fase, ao executar o plano demonstrou a perceção de quais os dados requeridos e exigidos para a resolução do problema.

A figura 1 e 2 são elementos representativos do procedimento nesta fase de leitura.



Piquenique no rio Guadiana

No dia da árvore, o Ricardo e o Diogo vão fazer um piquenique com um grupo de amigos, perto do Pulo do Lobo, no rio Guadiana.

Eles compraram pacotes de sumo para todos. Uns pacotes são vendidos em embalagens de quatro (Bongo) e outros de seis (Ice Tea). Em conjunto, compraram 12 embalagens, num total de 58 pacotes de sumo.

Figura 1. Enunciado representativo do procedimento dos alunos na fase da leitura no problema *Piquenique no rio Guadiana*.

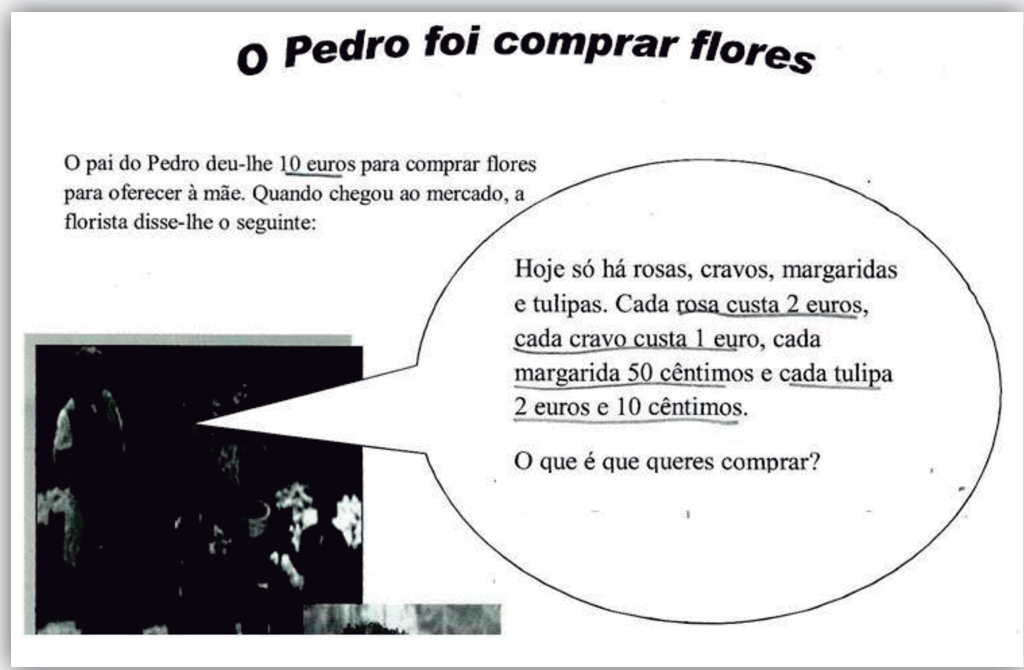


Figura 2. Enunciado representativo do procedimento dos alunos na fase da leitura no problema *O Pedro foi comprar flores*.

3.2.2. Fazer e executar o plano

Passo seguidamente à análise da segunda fase da resolução de problemas, mais concretamente "fazer e executar o plano". A análise dos resultados desta fase irá ser efetuada através das respostas dadas pelos alunos.

3.2.2.1. Problema *Piquenique no rio Guadiana*

No seguimento da análise da segunda fase de resolução de problemas descrita anteriormente, agora irá ser efetuado o estudo da resolução do problema *O passeio no rio Guadiana*.

A pergunta do problema tem o seguinte enunciado:

Descobre quantas embalagens de cada tipo compraram os dois rapazes?

A estratégia evidenciada consiste na resolução do problema por tentativa e erro. Todos os alunos recolheram e organizaram a informação através de esquemas e/ou tabelas simples. As estratégias de cálculo envolveram o recurso às seguintes operações: multiplicação (tabuada) e adição, as quais estão devidamente indicadas, estando sempre implícito o cálculo mental. A atividade proposta, sendo de resposta fechada, impelia os alunos para a exploração da quantidade de pacotes de duas variedades necessários na compra enunciada no problema e, face ao resultado, ajustar eventualmente os valores obtidos.

Analisadas as estratégias delineadas pela Inês (figura 3), pela Mariana (figura 4) e pelo António (figura 5), posso afirmar que este último foi o mais explícito na sua resposta usando a indicação clara dos dados relevantes retirados do enunciado (ver figura 5). Começou por utilizar uma representação simbólica, desenhando quatro pacotes de sumo de bongo e traçando uma linha abaixo, de forma a indicar que aqueles pacotes pertenciam à mesma embalagem, procedendo de igual modo para os pacotes de ice tea.

O António, embora não tivesse utilizado representações iónicas (desenhos), usou uma estratégia, onde se percebeu claramente os cálculos e as operações relativas ao bongo e ao ice tea, não confundido de alguma forma o referente a pacotes e embalagens.

Este conjunto de alunos determinou o número de pacotes/embalagens, utilizando o cálculo mental para executar a operação de multiplicação. Começaram por multiplicar o número de embalagens pelo número de pacotes de cada tipo de sumo. Seguidamente, adicionaram os dois valores obtidos de forma a verificar se perfaziam o total de pacotes pretendido (o número de pacotes encontrava-se indicado no enunciado do problema).

As afirmações acima poderão ser confirmadas através das entrevistas realizadas aos alunos, onde a Mariana referiu que “*(...)utilizei a tabuada, ou seja, fui trabalhando as tabuadas do 4 e do 6 (...). Ao mesmo tempo que trabalhava as tabuadas ia somando o número de pacotes que ia ficando (...)*” (Apêndice XI); “*(...)por tentativas utilizei a tabuada (...)*” (Apêndice IX) − Inês; “*Nos bongos, fui utilizando a tabuada do 4 até até ver que era o suficiente.*” (Apêndice XIV) − António.

A última etapa das resoluções apresentadas pela Inês (ver figura 3), pela Mariana (ver figura 4) e pelo António (ver figura 5) incluía, para além da adição do número de pacotes, a soma do número de embalagens, de modo a averiguar se os resultados obtidos eram compatíveis com os dados enunciados no problema. De facto, o António referiu na sua entrevista, “*Somei, então, o número de pacotes das embalagens de cada sumo, ficando os 58 pacotes e, consequentemente, as 12 embalagens.*” (Apêndice XIV).

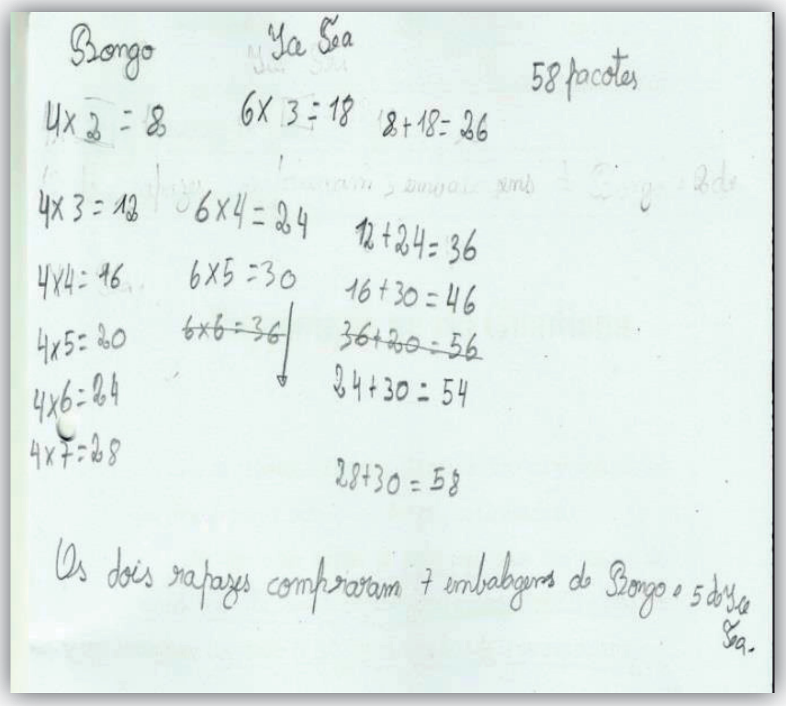


Figura 3. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, realizado pela Inês.

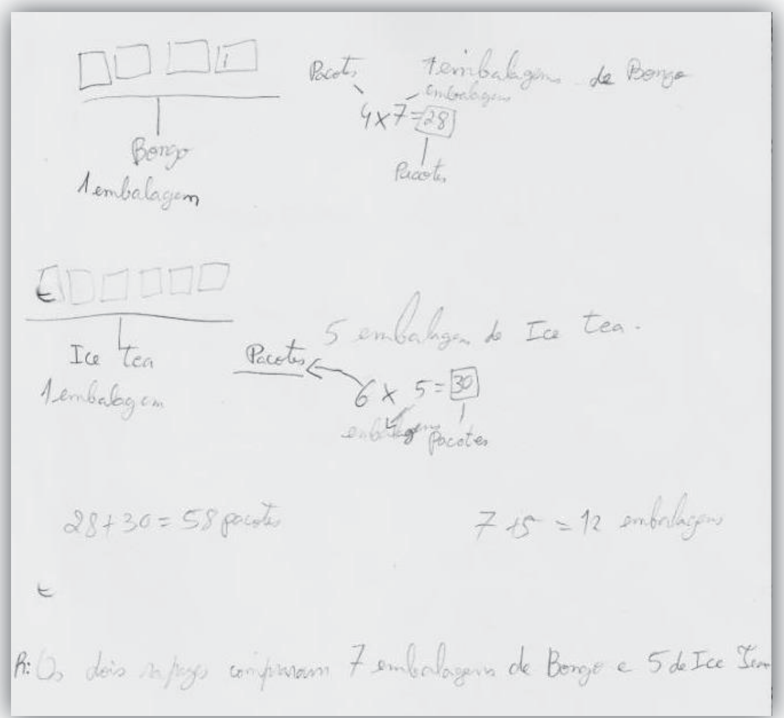


Figura 4. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, realizado pela Mariana.

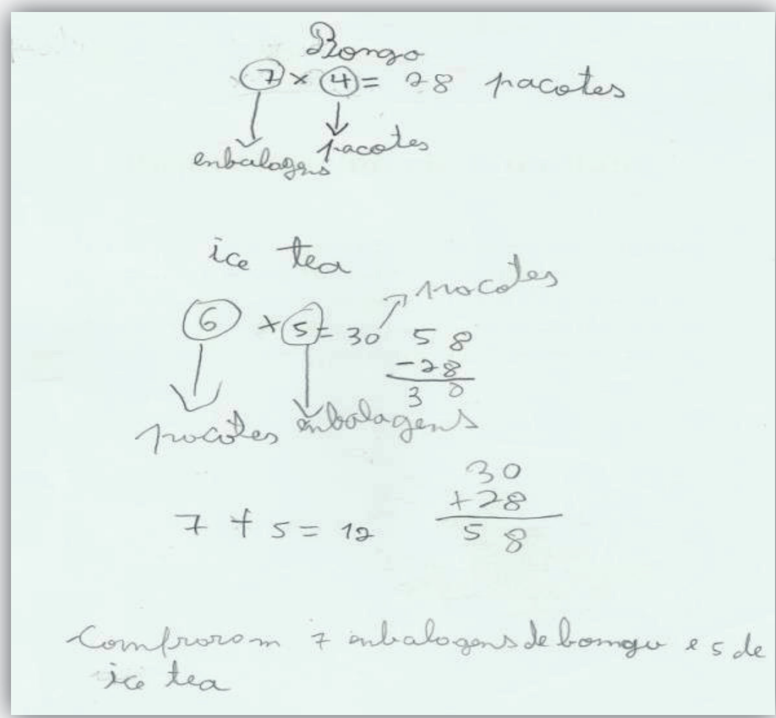
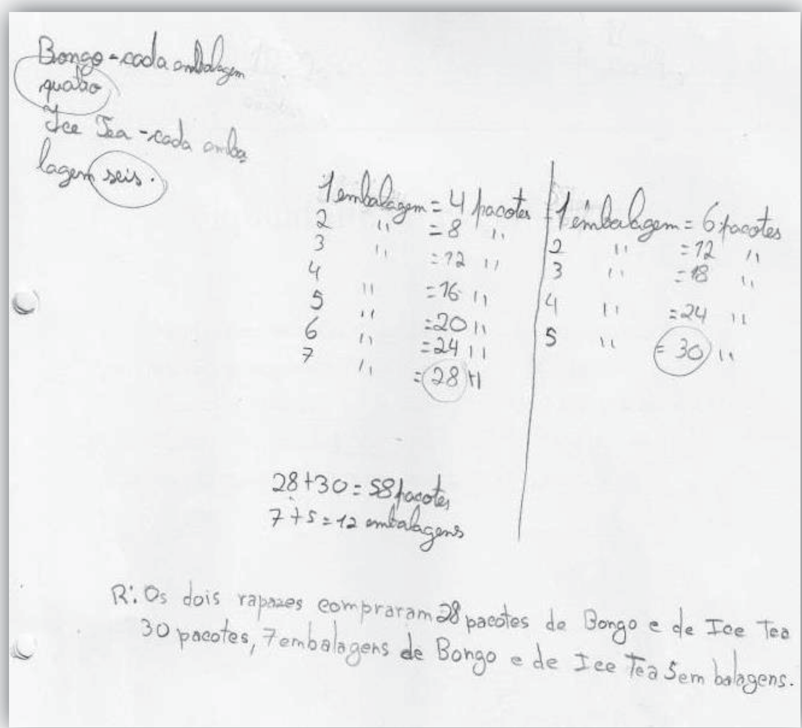


Figura 5. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, realizado pelo António.

Analisando o trabalho desenvolvido pela Luísa (figura 6), pela Catarina (figura 7) e pelo José (figura 8), verifica-se que os mesmos começaram por indicar os dados relevantes para a resolução do problema, utilizando estratégias de raciocínio elementares. No entanto na sua resolução verificou-se que articularam corretamente todos os dados, número de pacotes e diferentes embalagens e total de embalagens e pacotes. De salientar que o registo da Catarina (figura 8), bem como os cálculos subsequentes, tiveram como suporte as representações iónicas e simbólicas. Todos referiram o acima descrito na sua entrevista dizendo "*(...) comecei por escrever os dados na folha (...)*" (Apêndice X) − Luísa; "*(...) comecei por escrever o número de pacotes que tinha cada embalagem.*" (Apêndice XII) − José e "*(...) decidi desenhar os pacotes que cada embalagem tinha*." (Apêndice XIII) − Catarina.

Estes alunos utilizaram o cálculo mental, adicionando sucessivamente as embalagens com os respetivos números de pacotes, até obter o total de pacotes pretendidos. Esta análise é confirmada pelo raciocínio efetuado pela Luísa: *(...)se uma embalagem de bongo tem 4 pacotes, 2 embalagens têm 8 pacotes; fiz o mesmo para as embalagens do ice tea, concluindo que as duas embalagens têm 12 pacotes. Fiz o mesmo para os dois tipos de sumo até ao número 5, concluindo que 5 embalagens de bongo têm 20 pacotes e 5 embalagens de ice tea tem 30 pacotes, logo obtenho 50 pacotes. No problema pedia-se 58, mas percebi que teria de juntar, pelo menos, mais duas embalagens de bongo para chegar a esse número.*" (Apêndice X). O resultado final terá sido encontrado por tentativas e através da estratégia supracitada, conducente ao resultado final, consistia na descoberta dos valores através da tentativa e erro.


Bongo - cada embalagem quatro
Ice Tea - cada embalagem seis.

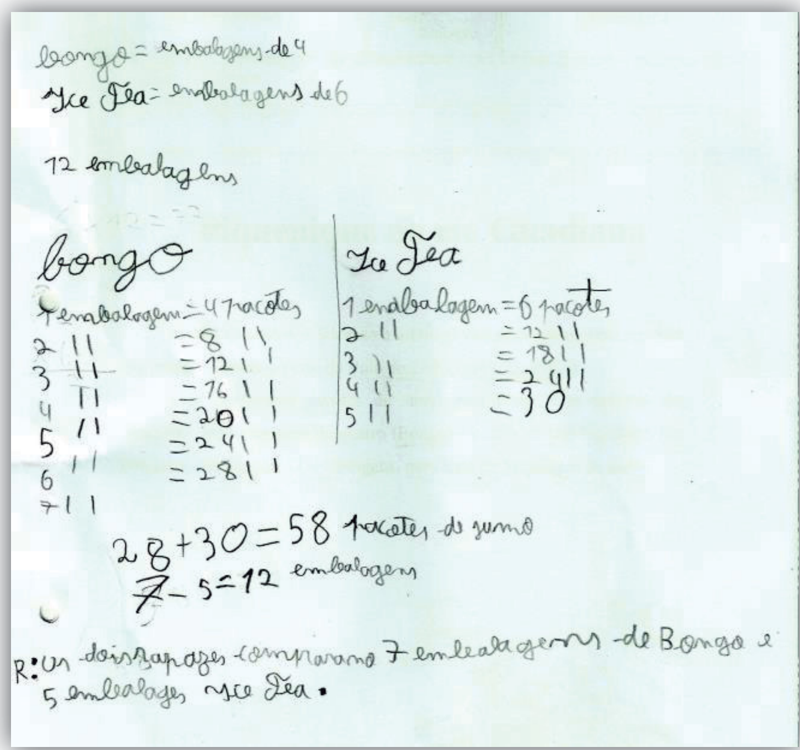
1 embalagem = 4 pacotes
2 " = 8 "
3 " = 12 "
4 " = 16 "
5 " = 20 "
6 " = 24 "
7 " = 28 "

1 embalagem = 6 pacotes
2 " = 12 "
3 " = 18 "
4 " = 24 "
5 " = 30 "

28+30 = 58 pacotes
7+5 = 12 embalagens

R: Os dois rapazes compraram 28 pacotes de Bongo e de Ice Tea 30 pacotes, 7 embalagens de Bongo e de Ice Tea 5 embalagens.

Figura 6. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, realizado pela Luísa.


bongo = embalagens de 4
Ice Tea = embalagens de 6

12 embalagens

bongo
1 embalagem = 4 pacotes
2 " = 8 "
3 " = 12 "
4 " = 16 "
5 " = 20 "
6 " = 24 "
7 " = 28 "

Ice Tea
1 embalagem = 6 pacotes
2 " = 12 "
3 " = 18 "
4 " = 24 "
5 " = 30

28+30 = 58 pacotes de sumo
~~7~~ - 5 = 12 embalagens

R: Os dois rapazes compraram 7 embalagens de Bongo e 5 embalagens Ice Tea.

Figura 7. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, pelo José.

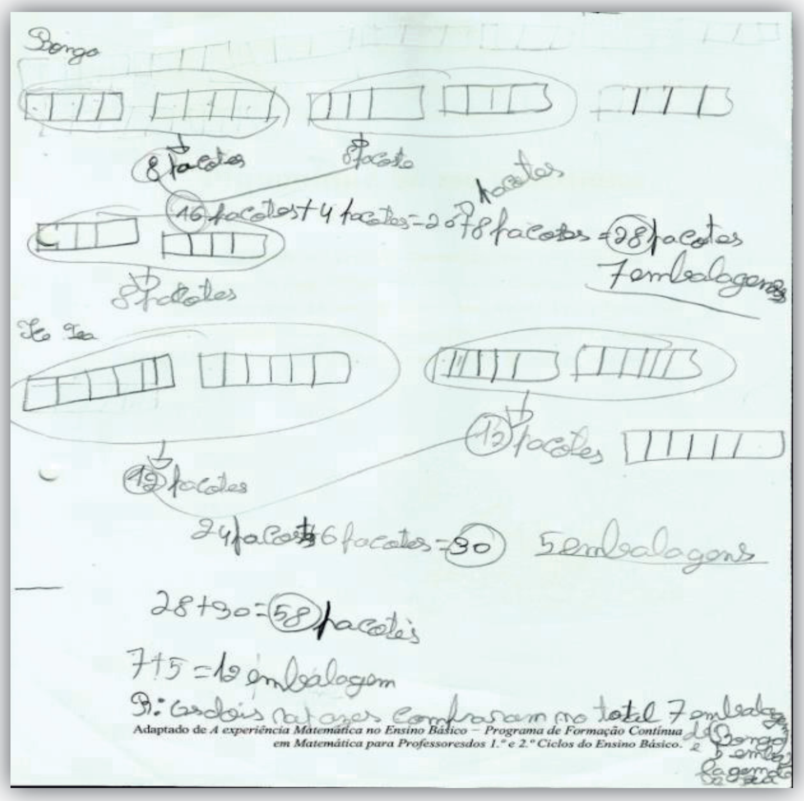


Figura 8. Resolução do problema *O piquenique no rio Guadiana*, realizado pela Catarina.

Sistematizando e considerando a análise realizada, é possível afirmar que o problema foi resolvido com recurso a uma estratégia de tentativa e erro e que a maioria dos alunos começou por indicar os dados necessários à resolução do mesmo. As operações utilizadas consistiram na adição e na multiplicação, manipuladas através do cálculo mental. Apenas uma das alunas utilizou as representações iónicas e simbólicas que, em conjunto, com o cálculo mental na soma do número de pacotes facilitaram a descoberta da solução.

Relativamente à elaboração de um plano de ação, apesar de não ser detetável a escolha de uma estratégia entre outras possíveis, tornou-se evidente, pelo menos para um aluno, a seleção de uma em detrimento de outras. Numa das entrevistas, o António afirma que pensou noutra estratégia, "*Pensei em resolver este problema através de desenhos, mas achei que desta forma era mais prático*." (Apêndice XIV) – António.

3.2.2.2. Problema *O Pedro foi comprar flores*

A primeira pergunta do problema tem o seguinte enunciado:

Descobre 4 hipóteses de fazer ramos gastando o máximo de dinheiro possível. No caso de sobrar dinheiro diz quanto sobrou.

As etapas seguidas na resolução do problema foram similares às usadas no problema anterior. Os alunos demonstraram, globalmente, uma autonomia substancial, relativamente aos procedimentos desencadeados para a resolução do problema.

A estratégia evidenciada foi a resolução do problema por tentativas, com recurso aos algoritmos da multiplicação e subtração e ao cálculo mental. A atividade proposta, sendo de resposta aberta, dava aos alunos a liberdade para explorar os diferentes tipos de ramos que poderiam ser formados, ou seja, ramos constituídos apenas por um tipo de flor, dois, três ou os quatros tipos e, consequentemente, calcular o custo de cada hipótese levantada e, eventualmente, a quantidade de dinheiro que sobrava.

Foram fornecidas flores de plástico dos tipos supracitados para auxiliar na construção dos diversos ramos.

A Inês (figura 9), a Mariana (figura 10) e a Catarina (figura 11) iniciaram a resolução do problema, formando ramos nas condições do enunciado, com o auxílio das flores. As alunas selecionavam cada flor, de forma aleatória, e mentalmente iam adicionando o custo de cada uma até perfazer os dez euros. Caso não obtivessem esse montante e sendo o mesmo inferior ao estipulado, calculavam o troco. Por outro lado, se o valor obtido excedesse os dez euros excluíam as flores que consideravam oportunas. À medida que cada ramo era formado, os alunos registavam na folha de resposta os dados de que iriam necessitar para o cálculo do respetivo valor monetário, nomeadamente, o custo de cada flor e do seu conjunto, bem como a operação da adição. De salientar que as alunas usaram o algoritmo da multiplicação ou a adição para o cálculo dos conjuntos de ramos e a soma era calculada mentalmente. A descrição supracitada é corroborada pelas entrevistas realizadas às alunas, a saber: "*(...) utilizei o algoritmo da muliplicação para calcular o valor de três tulipas, pois achei que era mais fácil.*" (Apêndice IX) − Inês; "*Nas contas que fiz, utilizei (...) o cálculo mental (...)*" (Apêndice XI) − Mariana.

A estratégia utilizada pela Inês (figura 9) consistiu, primeiramente, na construção de cada ramo visualizado e no cálculo mental do respetivo custo e, numa segunda fase, no registo das correspondentes representações numéricas, tal como se pode verificar na afirmação realizada pela aluna: "*Com a ajuda das flores de plástico comecei a formar possíveis ramos, fazendo sempre as contas mentalmente.*" (Apêndice IX).

Estas alunas utilizaram nos seus cálculos, o valor monetário, em euros e cêntimos, ainda que a Inês (figura 9) e a Catarina (figura 11) tenham usado unicamente a unidade monetária, ou em euros, ou em cêntimos (nos cálculos que envolviam o euro e a sua subunidade – cêntimo − as alunas optaram por usar apenas o cêntimo e, no final, converteram o montante em euros). Por sua vez, a Mariana (ver figura 10), para estes cálculos, utilizou simultaneamente o euro e o cêntimo. As situações descritas pressupõem que cada aluna definiu e aplicou a estratégia de cálculo que melhor domina, no sentido de executar a tarefa com sucesso.

A Inês na sua entrevista afirma "*As contas que fiz que envolviam tulipas, foram calculadas em cêntimos, mas, tornava-se confuso para mim calcular com os dez cêntimos (0,10€) (...) e os ramos que não tinham cêntimos foram todos calculados em euros*." (Apêndice IX). A Catarina aplicou nos cálculos a perceção total dos euros e cêntimos, como afirmou na sua entrevista a forma como calculou o valor monetário dos ramos, "(*...) os euros com os euros e os cêntimos com os cêntimos*." (Apêndice XIII).

Para o cálculo da quantia que restava, as alunas Inês e Mariana recorreram, no geral, ao algoritmo de subtração e a Catarina indicou simplesmente a operação e fez o cálculo mentalmente.

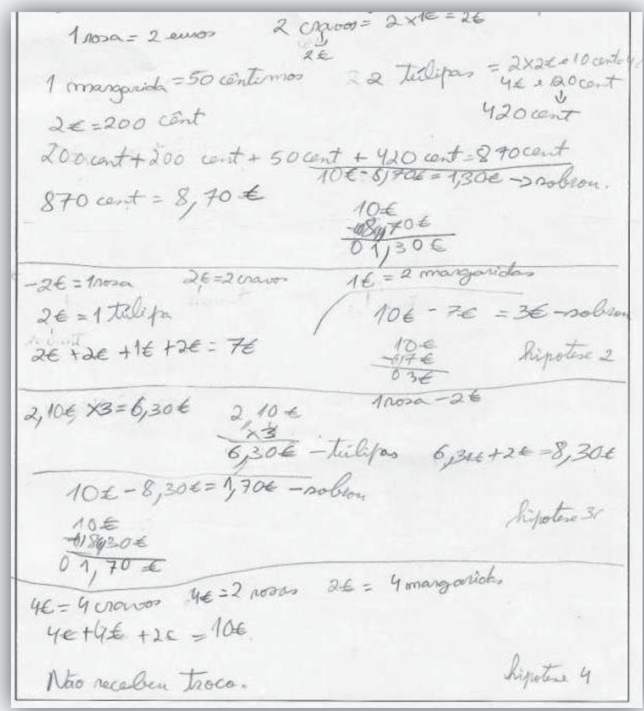


Figura 9. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Inês.

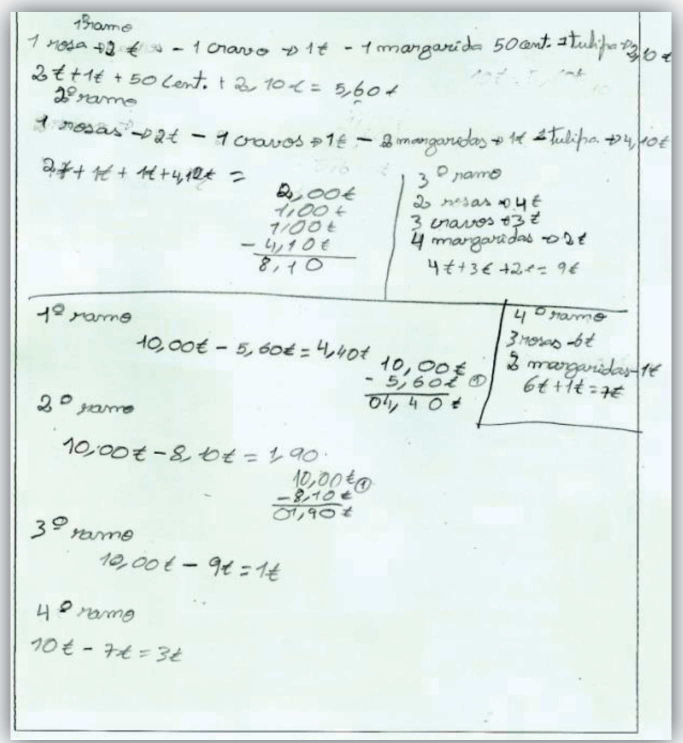


Figura 10. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Mariana.

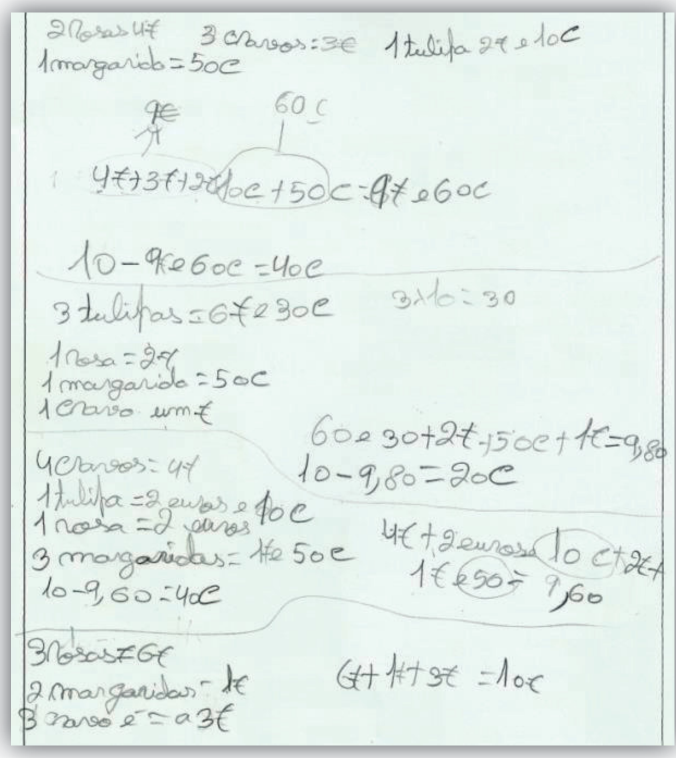


Figura 11. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Catarina.

A Luísa (figura 12), tal como as suas colegas, utilizou as flores de plástico que lhe foram cedidas para efetuar os seus cálculos. Todos os ramos por ela apresentados eram constituídos por diferentes flores. Na elaboração das diferentes hipóteses, a aluna ia pegando nas flores e, mentalmente, adicionava o valor de cada uma ao seu conjunto, até não poder gastar mais. O valor dos ramos era calculado a partir da perceção das moedas em euros e cêntimos. Após a idealização de cada hipótese, a aluna colocou na forma de registo escrito o processo usado.

Quando questionada, afirmou que os ramos foram construídos com o apoio das flores de plástico e calculados mentalmente, tal como se pode verificar na seguinte afirmação "*(...) fiz as quatro hipóteses com a ajuda das flores de plástico e utilizei sempre o cálculo mental (...)*" (Apêndice X) − Luísa. Através de outra afirmação, pode-se confirmar a estratégia utilizada pela aluna, "*(...) juntei duas margaridas em que cada uma custava 0,50 cêntimos, logo eram a 1€; de seguida, juntei quatro rosas, cada uma custava 2€, todas juntas davam 8€. Agora, o ramo custava 9€. Como ainda sobrava 1€, juntei mais um cravo e o deu 10 €, não sobrando nenhum dinheiro*." (Apêndice X). No cálculo da quantia que sobrava, a aluna recorreu ao cálculo mental para efetuar a subtração, concluindo através da validação das condições do enunciado.

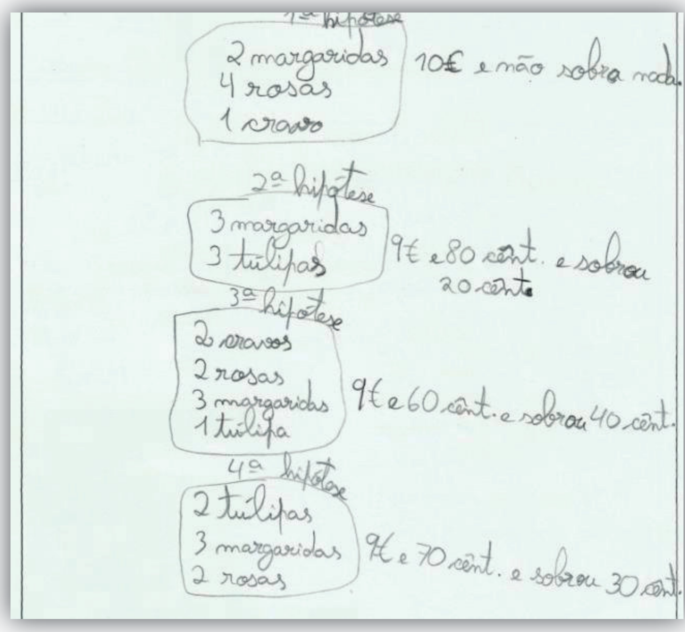


Figura 12. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizada pela Luísa.

O José (figura 13) não respondeu totalmente ao que lhe era pedido, pelo que se subentende que não compreeendeu e/ou não interpretou corretamente o enunciado. De facto, apresentou apenas os cálculos relativos ao estudo de uma hipótese - construiu apenas um ramo, constituído pelos quatro tipos de flores diferentes. O aluno entendeu que o que lhe era pedido consistia na construção de apenas um ramo que incluísse necessariamente os quatro tipos de flores.

Desta análise, verifiquei que o José começou por indicar o custo de cada subconjunto de flores (de cada tipo), tendo de seguida, adicionado mentalmente o custo total do ramo. Apesar de não ter registado na sua folha o custo atrás mencionado, concluiu o valor resultante da diferença entre o montante disponível e o custo do ramo (tendo a perceção total do valor monetário em euros e cêntimos e obtido o valor monetário do ramo em causa). O aluno, na sua resposta, fez apenas menção ao valor que sobrava. Através da entrevista, o aluno referiu qual a estratégia por ele seguida, "*(...) por isso fiz apenas um ramo, onde juntei dois cravos (2€), uma rosa (2€) e uma túlipa (2,10 €), tudo junto dava 6,10€. Para tentar chegar aos 10 €, juntei mais seis* *margaridas (3€), somei-as ao resto do ramo e fiquei com 9,10€.*" (Apêndice XII) − José.

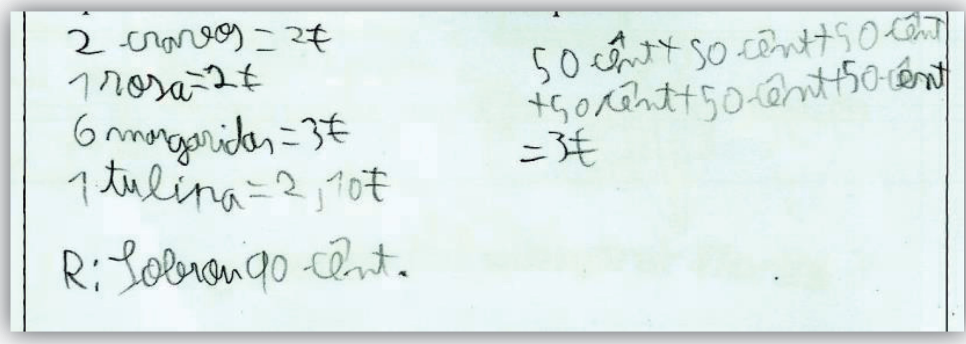


Figura 13. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizada pelo José.

No que concerne à resposta apresentada pelo António (figura 14), importa ressalvar que o aluno, apesar de não registar os dados expressos no enunciado, encontra as quatro diferentes hipóteses, com tipos de flores distintos, apresentando já os cálculos finais, utilizando os cálculos relativos à função dos preços dos vários tipos de flores como se pode concluir da observação dos seus registos e da explicação da entrevista. Além disso, efetuou o cálculo mentalmente (trabalha simultaneamente com euros e cêntimos). Aquando da subtração, que indica de seguida, o aluno salvaguarda que a quantia total não ultrapassa os dez euros. O processo é análogo para todas as hipóteses de ramos elaborados pelo aluno. A estratégia apresentada pelo António é descrita de seguida: "*No primeiro ramo, comecei por juntar cinco cravos, que custavam 5 €, mais uma rosa (2€), uma tulipa (2€10) e uma margarida (0,50€), tudo junto deu 9,60€. Depois, fiz a subtração (10€ - 9,60€) e calculei o troco (0,40€).*" (Apêndice XIV) − António. O aluno não registou na sua folha uma resposta ao problema.

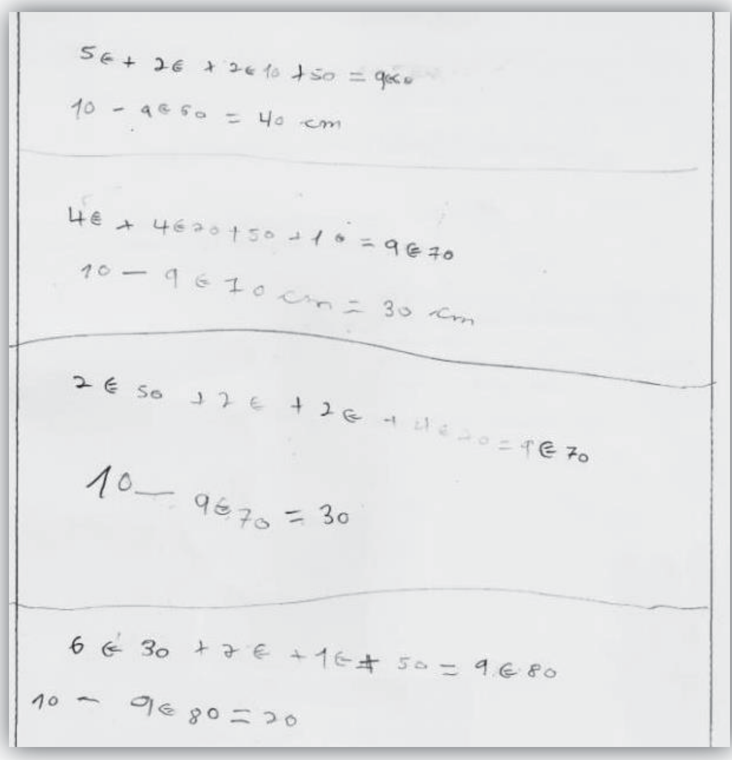


Figura 14. Resolução da primeira pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizada pelo António.

O problema em análise apresenta uma segunda questão, cujas estratégias de resolução elaboradas pelos alunos irão ser estudadas em seguida.

A segunda pergunta do problema tem o seguinte enunciado:

Gastando entre 9€ e 10€, quantos ramos diferentes podem ser feitos com túlipas?

A pergunta acima enunciada convidava os alunos a constuirem diferentes ramos, em cuja constituição existissem necessariamente 3 túlipas e cujo custo total estivesse compreendido entre nove e dez euros. Aqui nesta questão, o tipo de raciocínio pedido é análogo ao da alínea anterior, são apresentadas novas condições para os conjuntos de flores a definir. O facto de se solicitar o número de ramos diferentes que é possível formar com tais características conduzirá os alunos à necessidade de identificar estratégias organizacionais para as hipóteses que os alunos vão obtendo.

A primeira preocupação dos alunos dever-se-ia prender com as diferentes hipóteses de ramos que poderiam obter, fixando as três túlipas e o respetivo custo, recorrendo, como exemplo, a um esquema. Por tentativas, deveriam excluir as possibilidades cujo custo final fosse inferior a nove ou superior a dez. Nas condições do enunciado, obter-se-iam doze ramos diferentes: túlipas e cravos; túlipas e margaridas; túlipas, rosa e margaridas; túlipas, rosa, cravo; túlipas, cravos e margaridas; túlipas, cravo e margaridas; túlipas, rosa e cravo; túlipas, cravos e margarida e finalmente túlipas, rosa, cravo e margarida.

Na resolução de todos os alunos é contemplada a indicação do custo das três túlipas, condição que deve ser assegurada em todas as hipóteses a estudar. A Mariana referiu na sua entrevista, "*(...) comecei por calcular o preço de três túlipas, que deu 6,30 €.*" (Apêndice XI); por sua vez, a Luísa ressalvou "*(...) comecei por calcular o mentalmente o valor das três túlipas, que juntas custavam* 6€ e 30 cêntimos" (Apêndice X); o José referiu que "*(...) comecei por colocar as três túlipas que o enunciado exigia, calculei mentalmente que custavam 6,30€.*" (Apêndice XII) e a Catarina assegura que mantém o conjunto de três túlipas, "*(...) mas mantendo sempre no ramo três túlipas*" (Apêndice XIII). De ressalvar que apenas a Inês (ver figura 15) terá optado pela operação de multiplicação para determinar o valor monetário das três túlipas, apresentando o correspondente algoritmo, usou os resultados obtidos na questão 1 para resolver a questão 2.

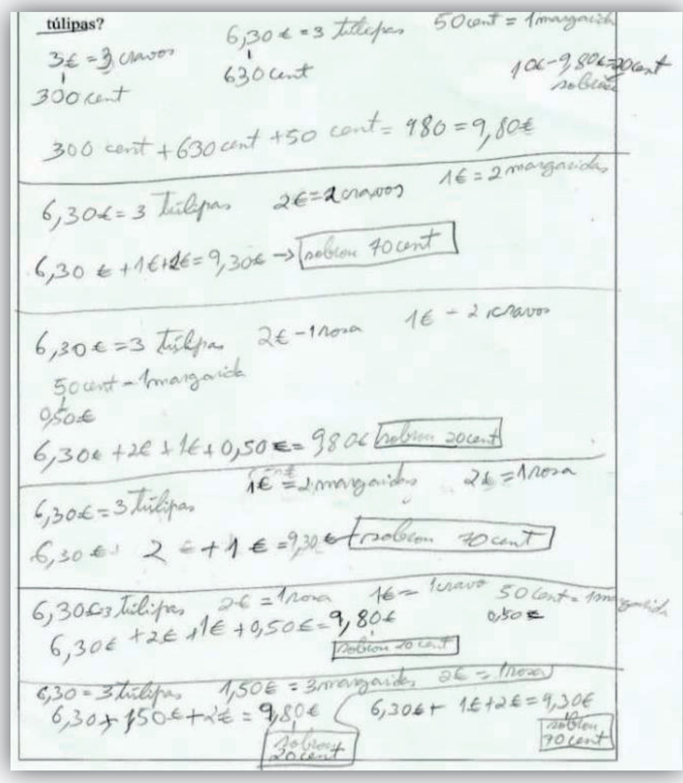


Figura 15. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Inês.

Dos seis alunos entrevistados, apenas a Inês (figura 15), a Luísa (figura 16) e a Catarina (figura 17) recorreram ao apoio das flores de plástico para a construção dos diferentes ramos – enquanto estratégia facilitadora da resolução do problema. A Luísa (figura 16), tal como na primeira pergunta, utilizou as flores de plástico, para visualizar melhor estratégia de resolução, efetuando mentalmente os respetivos cálculos. Aliás, todos os alunos utilizaram o cálculo mental, em operações de adição para determinar o custo dos ramos – apresentando apenas a indicação das mesmas. A Luísa referiu que "*(…) utilizei sempre o cálculo mental (…) fui sempre pondo outras flores (…)*" (Apêndice X); o José disse "*Utilizei o cálculo mental (…), depois adicionei (…)*" (Apêndice XII). Constatou-se que as hipóteses de ramos idealizadas pelos alunos foram elaboradas em concordância com as condições impostas pelo enunciado, excetuando a da Mariana (figura 18) que apresenta quatro hipóteses cujo valor total não pertence ao intervalo pedido.

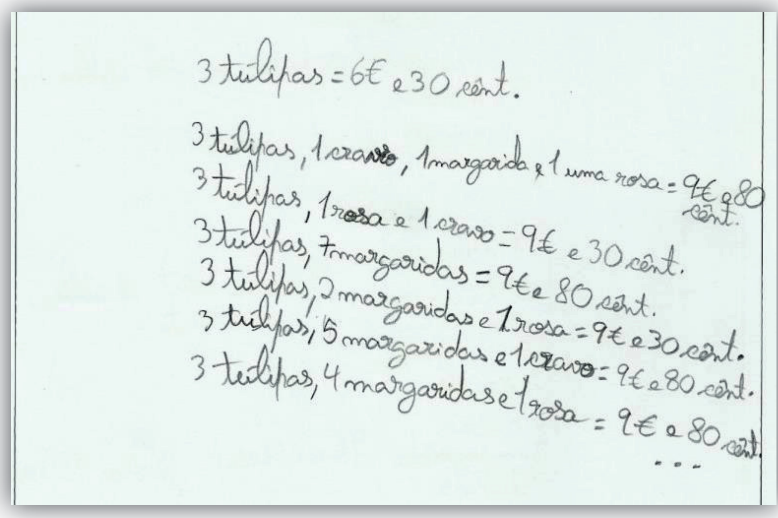


Figura 16. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Luísa.

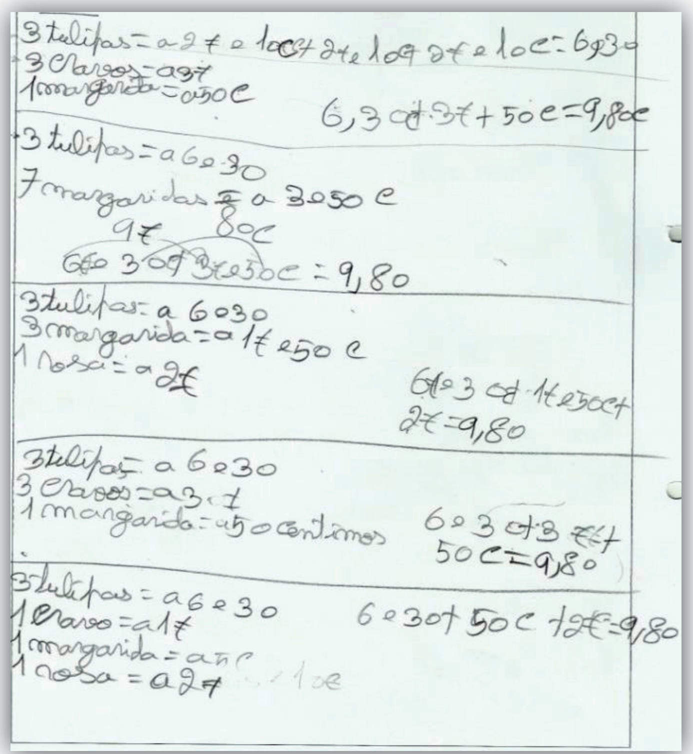


Figura 17. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Catarina.

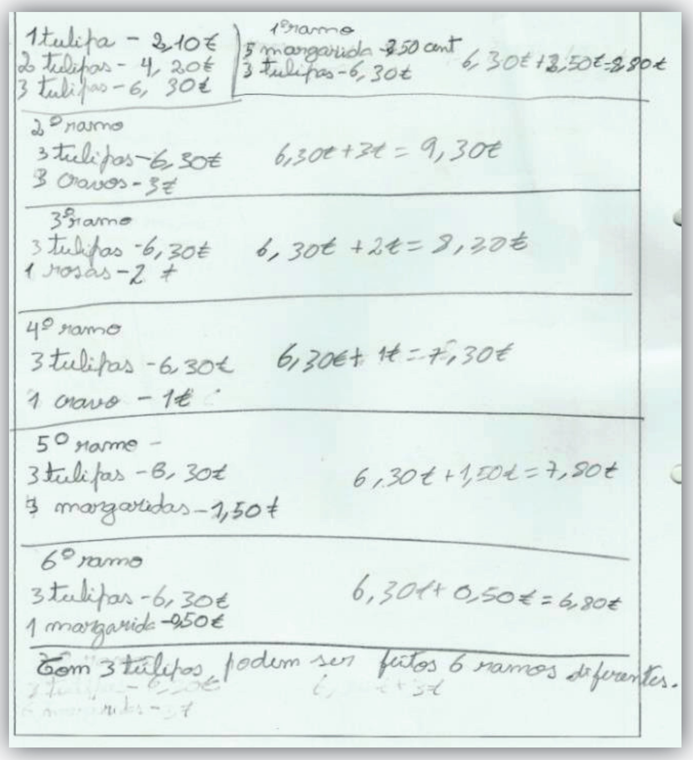


Figura 18. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pela Mariana.

De um modo geral, os alunos utilizaram nos seus cálculos, o valor monetário, em euros e cêntimos, ainda que a Inês (figura 15) e a Catarina (figura 17) tenham usado unicamente a unidade monetária ou em euros ou em cêntimos (nos cálculos que envolviam o euro e a sua subunidade – cêntimo − as alunas optaram por usar apenas o cêntimo e, no final, converteram o montante em euros).

Todos os alunos (incluindo o António – ver figura 19) apresentaram, na sua folha, o registo das opções de constituição de ramos que consideraram pertinentes, no contexto do problema.

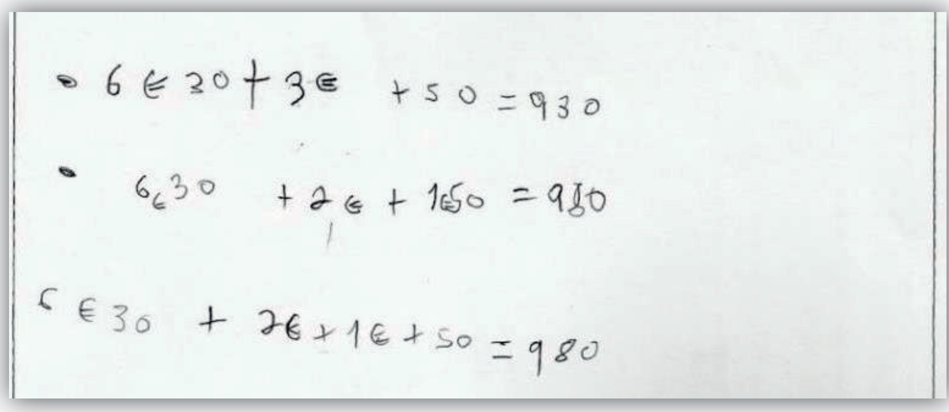


Figura 19. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pelo António.

De facto, todos os alunos, à exeção do José (ver figura 20), apresentaram o registo do seu raciocínio através de representações exclusivamente simbólicas. Por sua vez, o José, no seu registo, utilizou simultaneamente as representações iónicas e simbólicas. O aluno, ao explicar a forma como procedeu, referiu o motivo pelo qual usou esquemas, “ *(...) na qual achei que era mais fácil para mim utilizar desenhos para construir ramos.*” (Apêndice XII).

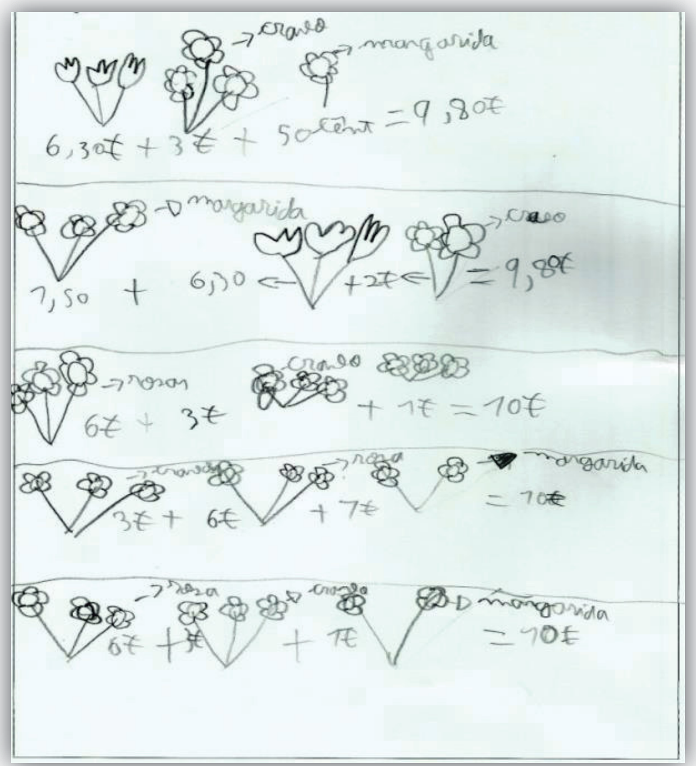


Figura 20. Resolução da segunda pergunta do problema *O Pedro foi comprar flores*, realizado pelo José.

Em síntese e decorrente da análise das respostas apresentas em ambas as alíneas pode afirmar-se que a maioria dos alunos começou por indicar os dados extraídos do enunciado que consideraram relevantes à resolução do problema. Globalmente todos os alunos organizaram a informação através de esquemas ou de simples registos sequenciais.

Observou-se, de seguida, a definição mais ou menos intencional de delinear as estratégias mais adequadas para a resolução de cada problema. Neste contexto e com o auxílio de materiais manipuláveis experimentaram possibilidades que se enquadrassem no que era pedido. A estratégia mais evidente consistia em fazer tentativas.

As operações utilizadas consistiam na adição - utilizada para determinar o valor monetário que se gastaria em cada ramo; na multiplicação aplicada no cálculo do custo monetário de um determinado conjunto de flores da mesma variedade e por fim, na subtração, que foi utilizada para obter o que restava do dinheiro dispensado, após a compra do ramo. Todo o grupo operava mentalmente, com o apoio das flores de plástico cedidas. Os alunos que utilizaram o material manipulável não necessitaram de fazer o registo integral dos cálculos, já que o suporte desta representação visual lhes facilitava o cálculo mental. Por conseguinte, a execução do plano elaborado pelos alunos foi maioritariamente descrito através de representações numéricas. Apenas um dos alunos registou o seu raciocínio através de representações iónicas e simbólicas.

Apesar de as soluções encontradas se coadunarem com a interpretação/contexto da atividade colocada nenhum dos alunos procedeu a uma revisão no seu plano no sentido de identificar outras possibilidades, entre as quais, a constituição de ramos com apenas um tipo de flor (a observação é aplicável, apenas, à primeira alínea do problema). A estratégia escolhida pelos alunos para a implementação em ambos os problemas propostos é similar.

3.2.3. Verificar todos os cálculos

Após a execução do plano definido por cada um dos alunos, importava rever e avaliar a razoabilidade e adequação da solução ao contexto do problema e, eventualmente, procurar estratégias alternativas para o resolver, caso as soluções encontradas não se coadunassem com as condições impostas.

3.2.3.1. *Piquenique no rio Guadiana*

Relativamente à verificação dos cálculos, no problema *Piquenique no rio Guadiana*, constatei que os alunos adicionaram o número de pacotes de ambas as qualidades - raciocinando mentalmente - tendo obtido como resultado final o número de pacotes que deveriam comprar e adicionando, de seguida o número de embalagens, com o intuito de verificar se os resultados se coadunavam com os descritos no problema. Ressalvo que, como se trata de um problema de resposta fechada, este impele os alunos à verificação de resultados, pelo que, após terem delineado e implementado a(s) estratégia(s) de resolução que consideraram mais eficaz(es), a referida verificação não foi cumprida por todos, pois, não teram sentido a necessidade para tal.

Na entrevista realizada, os alunos afirmaram o seguinte: "*Trabalhei mais duas tabuadas e obtive 28 que, depois de somar com 30, davam os 58 pacotes. Verifiquei os cálculos e dei a resposta*." (Apêndice XI) − Mariana; "*Não verifiquei os cálculos, porque os resultados obtidos eram iguais ao pedido no enunciado do problema*." (Apêndice XIV) – António; "*No problema, pedia-se 58 (…). Depois de verificar os meus cálculos*" (Apêndice X) – Luísa; "*Somei os pacotes que calculei e fiquei com 58; somei as embalagens e deu 12. Estes dados estavam no problema.*" (Apêndice XII) –

José; “ *(...) obtive o número certo de pacotes pedidos, assim como o número de embalagens*.” (Apêndice XIII) – Catarina; “*Não revi os cálculos, porque os resultados obtidos eram iguais ao pedido no enunciado do problema*” (Apêndice XIV) – António.

Ultrapassada esta etapa, os alunos apresentaram a resposta ao problema, tendo salientado que: *“(...)dei a resposta*.” (Apêndice XI) – Mariana; “*De seguida, dei a resposta ao problema*.” (Apêndice IX) − Inês; “*(...)dei a resposta.*” (Apêndice X) − Luísa.

3.2.3.2. *O Pedro foi comprer flores* – Pergunta 1

Na entrevista, os alunos foram questionados relativamente ao facto de terem verificado e aceite os seus cálculos no contexto do problema. De um modo geral, a maioria dos alunos verificaram os cálculos e os que não realizaram a verificação, não terão sentido necessidade.

todos os alunos refizeram os seus cálculos para se assegurarem da sua correção, tendo igualmente manifestado preocupação em apresentar respostas alternativas viáveis. Neste âmbito, a Mariana salientou

Na entrevista realizada, os alunos foram questionados relativamente ao facto de terem verificado e aceite os seus cálculos, no contexto do problema, ao que responderam: “*Cada conta que terminava, voltava a fazê-la para verificar se estava correta (...)*” (Apêndice IX) − Inês; “*Aceitei sempre os cálculos que fiz, pois não davam resultados estranhos*.” (Apêndice X) − Luísa; “N*ão revi os cálculos, porque achei que estavam certos*.” (Apêndice XIV) − António.

Globalmente, todos os alunos apresentaram quatro hipóteses de ramos que obedeciam às condições do enunciado, ou seja, o custo de cada ramo construído não ultrapassou o valor monetário dos dez euros. Nenhum enfatizou, porém, a importância de se gastar a totalidade do dinheiro, explorando, por exemplo, outras alternativas possíveis.

Não referiram, no entanto, a possibilidade de os ramos serem contruídos por um único tipo de flor, ou dois, ou três, ou mesmo quatro (embora tenham utilizado as três últimas possibilidades). Constatei que nenhum dos alunos explorou a hipótese de gastar os dez euros num ramo constituído apenas por um tipo de flor.

3.2.3.3. *O Pedro foi comprar flores* − Pergunta 2

Na entrevista, os alunos foram questionados relativamente ao facto de terem verificado e aceite os seus cálculos no contexto do problema. De um modo geral, todos os alunos refizeram os seus cálculos para se assegurarem da sua correção, tendo igualmente manifestado preocupação em apresentar respostas alternativas viáveis. Neste âmbito, a Mariana salientou "*Verifiquei os cálculos e dei a resposta*." (Apêndice XI), a Inês também destacou que "Cada conta que terminava, voltava a fazê-la para verificar se estava correta." (Apêndice IX). A aluna mencionada (Inês) também indicou o que teria restado, ainda que não fosse pedido no problema. A Luísa e o José não terão dado qualquer resposta ao problema.

Por outro lado, o António e a Mariana, aquando do registo dos seus cálculos, observaram com muita pertinência que existiriam mais possibilidades de constituição de ramos nas condições propostas no enunciado, nomeadamente com valores pertencentes ao intervalo pedido (9€ − 10€). Tal análise indicia (ainda que implicitamente) que ambos os alunos tiveram a percepção da existência de um maior número de ramos nas condições descritas. A presente asserção pode confirmar-se através da afirmação do António, "S*ó fiz três ramos, mas acho que poderia ter feito muitos mais.*" (Apêndice XIV).

Os restantes alunos, apesar de apresentarem soluções corretas, não colocaram a possibilidade da existência de outras hipóteses possíveis e, consequentemente, de quantificar o número total de possibilidades.

Importa ainda salientar que nenhum dos alunos procurou quantificar exatamente o número de possibilidades de construção de ramos nas condições do enunciado (exatamente três túlipas e outros quaisquer tipos de flor, constantes no enunciado), limitando-se à apresentação de algumas alternativas viáveis.

3.2.4. Autorregulação na resolução de problemas

Para Weinstein e Mayer (1995), aprender pressupõe, para além da aquisição de determinados conhecimentos específicos, poder orientar a sua aprendizagem. O processo de auto-regulação da aprendizagem é constituído por diversas etapas, que vão desde a definição de um plano, com o propósito de alcançar determinado objetivo, passando pela seleção de estratégias adequadas, pela revisão continuada do plano previamente definido, assim como do próprio objetivo, contemplando os reajustes necessários.

No presente estudo, foi possível constatar uma diferenciação relativamente aos seis alunos observados, em termos dos seus estádios de motivação e autonomia, intimamente dependentes das dificuldades evidenciadas e do grau de competências matemáticas já desenvolvidas. Por exemplo, o António e a Catarina (classificados pela Professora como fracos) revelaram mais dificuldades ao longo da execução das tarefas, quer na definição das etapas a seguir para alcançar o objetivo, quer em delinear as estratégias mais adequadas a aplicar na sua resolução. Constatei, por parte dos alunos supramencionados, menor motivação e menor envolvimento, tendo estes solicitado um apoio quase constante, sobretudo no início do processo. Consequentemente, os alunos citados revelaram uma menor consciência das estratégias utilizadas, um menor domínio da aplicabilidade de conhecimentos e saberes já adquiridos em novos e diferentes contextos. Os fatores descritos constituem entraves à auto-regulação, ocorrida aquando da resolução das tarefas.

Todavia, a situação em análise foi minorada com a intervenção regulada da entrevistadora. Ultrapassados os obstáculos, estes alunos conseguiram concluir as tarefas com sucesso, progredindo no seu próprio processo de autoregulação. Esta conclusão baseia-se na observação direta da investigadora, aquando da resolução das tarefas.

Por sua vez, comparativamente com os colegas referenciados anteriormente, o José e a Mariana (classificados pela Professora como médios) demonstraram uma maior autonomia na planificação e execução das estratégias a implementar. Na verdade, solicitaram menos apoio no decurso do processo, gerindo com maior confiança os entraves com que se deparavam. Ainda assim, revelaram dificuldades na interpretação de algumas condições do enunciado, as quais deveriam ter tomado em consideração.

Por outro lado, a Inês e a Luísa (classificados pela Professora como bons) demonstraram bastante autonomia na planificação, execução e avaliação das estratégias a utilizar aquando da resolução das tarefas, pelo que foram considerados pela investigação realizada como alunos autorregulados.

Em termos gerais, convém salientar que todos os alunos observados evidenciaram um domínio apreciável nas operações aritméticas básicas e no cálculo mental.

Deste modo, a auto-regulação no processo de aprendizagem matemática implica o estabelecimento de um equilíbrio entre a assimilação de estruturas prévias de conhecimento (ou seja as etapas a percorrer e as estratégias a implementar) e a acomodação, que consiste em adaptar estratégias previamente adquiridas e aplicá-las nas resolução de novas situações, ou seja, modificar os esquemas assimiladores. A estreita correlação entre estes dois conceitos garante a evolução no processo de autorregulação da aprendizagem matemática.

Neste âmbito, considero que o papel do professor continua a ser preponderante na orientação do aluno no sentido deste adquirir competências autorreguladoras, contudo, o desenvolvimento da autonomia dos alunos no seu próprio processo de aprendizagem depende substancialmente da evolução da sua autorregulação.

4. Conclusão do estudo

Com esta investigação pretendo mostrar de que forma o desenvolvimento da capacidade de um aluno de resolver problemas matemáticos se correlaciona com a progressão na sua autorregulação e vice-versa, ou seja, de que modo um aluno autorregulado nas suas aprendizagens é capaz de resolver novos problemas autonomamente, redefinindo/reajustando estratégias adequadas a outros contextos, a partir das experiências matemáticas já vivenciadas.

Através da articulação entre a revisão da literatura utilizada e a recolha e análise dos dados, foi possível responder a cada uma das questões inicialmente formuladas e retirar as seguintes conclusões.

Considerei pertinente levar a cabo a investigação numa turma do 3.º ano de escolaridade, devido ao facto dos alunos desta faixa etária já terem experienciado em anos anteriores, quer simples exercícios de cálculo, rotineiros, quer problemas com um grau de complexidade variável e crescente. A ordem dos problemas apresentados foi intencional, permitindo a transição de um problema mais fechado e estruturado para uma situação mais aberta, sem o perigo de os alunos dispersarem.

No início da investigação, através das perguntas do bloco II (constantes no guião), constatei que para estes alunos um problema matemático já se traduz numa situação concreta, em contexto real, que tem que ser resolvida nomeadamente, através de cálculos simples, como algoritmos aritméticos, cálculo mental e esquemas pictóricos. Revelam nesta fase consciência de que é fundamental a utilização de estratégias facilitadoras da resolução de um problema, das quais se vão apropriando. Por conseguinte, considero que estes alunos possuem já uma noção, mais ou menos bem formada do que é um problema matemático, esta é bastante aproximada da noção definida por Pólya (1980), Lester (1983) e Mayer (1985), citados por Palhares (2004) e do que é necessário para a sua resolução.

Comparando as etapas de resolução de problemas definidas por Pólya e as etapas percorridas pelos alunos, constatei que a leitura do enunciado era imediatamente seguida pela identificação dos dados mais relevantes (através do sublinhado) ou executando estas tarefas em simultâneo. De um modo geral, os alunos preocuparam-se em registar os dados que consideraram relevantes, ainda que nalguns casos, não esteja explícito na folha de resolução, mas é percetível a sua assimilação já que são aplicados posteriormente. Alguns alunos ainda não adquiriram a experiênca e a confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que é pedido. No problema de resposta fechada foi notário um melhor desempenho, contrariamente ao de resporta aberta, na qual se identifcam condições que não foram devidamente compreendidas e/ou interpretadas.

Globalmente, os alunos conceberam, aplicaram e analisaram diferentes estratégias para resolver os problemas. Constatei portanto, que nesta fase (elaboração e execução de um plano) os alunos já manifestaram alguma flexibilidade nos processos de resolução que utilizam, tendo evoluido progressivamente de estratégias informais para estratégias formais. Embora, por vezes, não se evidencie nas folhas de registo a escolha de uma estratégia entre outras, tornou-se perceptível ao longo da análise efetuada que os alunos identificaram e avaliaram a adequação de estratégias, selecionando a que se afigurava mais eficaz. De facto, em entrevista, o António afirmou, "*Pensei em resolver este problema através de desenhos, mas achei que desta forma era mais prático*." (Apêndice XIV). Os alunos já recorreram a estratégias mais formais, utilizando desenhos ou palavras, mas sobretudo o recurso a esquemas, tabelas e operações.

O desenvolvimento do raciocínio é promovido, suscitando a explicação de ideias e processos e também a justificação de resultados e a formulação e teste de conjeturas simples, por parte dos alunos.

Paralelamente, a comunicação (matemática) desenvolve-se através de um conjunto de experiências diversificadas envolvendo a interpretação de enunciados, a representação e expressão de ideias matemáticas, oralmente e por escrito. Tais asserções, são evidenciadas a partir da análise das folhas de resposta e das descrições efetuadas aquando das respetivas entrevistas.

No tocante à última etapa, verificação dos cálculos, pude concluir que os alunos têm a noção que devem verificar os seus cálculos – sobretudo para averiguar se os mesmos estão corretos. No entanto, não foi revelada a efetiva consciência de que esse procedimento seja estritamente necessário para averiguar se os resultados obtidos se coadunam com a interpretação/contexto (condições impostas pelo problema). Estas dificuldades, ressaltam aquando da resolução do problema de resposta aberta, pois, não procederam à reavaliação das estratégias implementadas, no sentido de encontrar soluções alternativas.

Outro aspeto que considero subexplorado, novamente no poblema "O Pedro foi comprar flores", é a apresentação de uma resposta que satisfaça todas as condições do problema, já que se limitam a registar hipóteses plausíveis, não assegurando todas as possiblidades.

Face ao exposto, considero que os alunos percorreram as etapas a seguir na resolução de problemas, enunciadas por Pólya, embora não se tenham, ainda, apropriado da etapa da avaliação. Acresce ainda outra diferença entre as etapas definidas pelo Pólya e as etapas tomadas pelos alunos, a saber: não se verifica uma diferenciação entre a elaboração de um plano e a sua execução. Os alunos registaram e organizaram a informação relevante para a resolução do problema, transitando de imediato para a execução do seu plano, pelo que creio que as etapas de Pólya são ainda muito complexas para serem aplicadas por alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Por conseguinte, considero que as etapas definidas por Bovida *et al*. (2008) e Palhares (2004) são as que melhor se ajustam, a este nível de ensino, uma vez que as etapas de elaboração de um plano e de execução se fundem.

A exploração continuada e sistemática de tarefas e problemas matemáticos que permitam diferentes abordagens, como, por exemplo, ter mais do que uma solução, são preponderantes para a aquisição de experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar em concordância com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que lhes é solicitado. Neste sentido é expectável que vão desenvolvendo a capacidade de delinear e reformular estratégias de forma autónoma e portanto, de estabelecer e executar um plano de ação. Nestas circunstâncias os alunos envolvem-se dinâmicamente e ativamente no seu processo de ensino aprendizagem, tornando-se autorregulados.

Ser aluno autorregulado, significa ter a capacidade de utilizar os seus conhecimentos, competências e motivações no planeamento, execução e avaliação de estratégias, ou seja, desenvolver autonomamente o processo metacognitivo necessário para a resolução de um dado problema. Neste sentido, o processo de aprendizagem autorregulada é tida como algo que pode ser sujeito a uma análise, a uma reflexão, a um planeamento consciente e a uma organização. De facto, esta investigação permitiu-me concluir que os alunos observados se encontram em fases distintas do seu processo metacognitivo, ou seja, se há alunos que autonomamente identificam estratégias, as aplicam, as revêem e avaliam de forma criteriosa a fim de resolverem um problema que lhes é colocado (Inês e Luísa), de acordo com as experiências já vivenciadas e conhecimentos adquiridos, outros manifestam-se mais dependentes da professora, sobretudo na identificação de estratégias e avaliação de eficácia das mesmas (António e Catarina).

Ao analisar os procedimentos realizados pelos alunos ao longo da investigação e, não obstante as discrepâncias no seu desenvolvimento cognitivo, percecionei que para a professora da turma, assume particular relevância exercer uma prática letiva assente num ensino que preconize uma aprendizagem autorregulada. Esta conclusão baseia-se no facto de os alunos apresentarem evidências no que respeita ao desenvolvimento de um trabalho matemático frequente que incide na resolução de problemas, em contexto de sala de aula. Tais evidências estão patentes na forma confiante como percorreram as etapas definidas por Boavida (2008) e Palhares (2004) e pelo modo como comunicavam matematicamente os procedimentos que tomavam (entrevistas realizadas).

Importa, portanto, enfatizar, em consonância com o programa de Matemática do Ensino Básico (2007), o papel determinante do professor numa dimensão mais globalizante do que de um mero transmissor de conhecimento. A sua função comporta propiciar, em contexto de sala de aula, um ambiente favorável à comunicação, ao encorajamento dos alunos a verbalizar os seus raciocínios, a expor as suas dificuldades ou dúvidas, a questionar-se relativamente a erros cometidos. Deve proporcionar, de modo regular, momentos de discussão que envolvam processos de resolução e de resultados obtidos nos problemas. Em simultâneo, o papel do professor é também o de guia, o de orientador, colocando questões que estimulem o pensamento dos alunos, na condução do seu discurso, centralizando-o nos conhecimentos matemáticos, e na regulação da participação ativa dos alunos em momentos de discussão.

A comunicação matemática deve ser considerada pelo professor, que poderá introduzir conceitos específicos e adequados, auxiliando a compreensão de um problema e relacionando a linguagem corrente com a lingugem matemática. Neste contexto, os alunos vão alargando o seus conhecimentos de diferentes modos de representação matemática, apropriando-se da capacidade de identificar os mais apropriados a cada situação.

> "(…) a (re)solução de problemas é o tipo mais elevado de aprendizagem, em que um sujeito, a partir da combinação de princípios já aprendidos elabora novo princípios com a finalidade de solucionar situações estimulantes"
>
> Gagné
>
> (Alves, 2003)

5. Bibliografia

- ✓ Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica.
- ✓ Alami, S., Desjeux, D., Moussaoui, I. (2010). *Os Métodos Qualitativos*. São Paulo: Editora Vozes.
- ✓ Biggs, J. B. (1991). Approaches to learning in secondary and tertiary students in Hong Kong: some comparative studies. *Educational Research Journal, 6*, p. 27-39.
- ✓ Boavida, A., et al. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico − Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- ✓ Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora.
- ✓ Estrela, A. (1994). *Teoria e Prática de Observação de Classes*. Porto: Porto Editora.
- ✓ Alves, V. (2003). *As habilidades na solução de problemas em matemática*. Universidade de Santa Cecília. Acedido a 06 de julho de 2013, em http://sites.unisanta.br/teiadosaber/apostila/matematica/As_habilidades_na_Solucao_de_Problemas_em_Matematica-Erica1109.pdf.
- ✓ Gil, António Carlos (1999). *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. São Paulo: Editora Atlas.
- ✓ Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action*: *A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ, NJ: Prentice-Hall, Inc..
- ✓ Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica.
- ✓ Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica.
- ✓ Nacional Council of Theachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

- Palhares, P. (2004). *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico*. Porto: Lidel.
- Ponte, J., Serrazina, M. (2000). *Didáctica da matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Pardal, L., et al. (1995). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal Editores.
- Quivy, R. & Campenhoudt, L. V. (2008). *Manual de Investigação em Ciências Sociais.* Lisboa: Gradiva.
- Rosário, P. (2004). *Estudar o estudar: As (Des)venturas do Testas.* Porto: Porto Editora.
- Rosário, P., Mourão, R., Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., & Solano, P. (2008). Storytelling as a promoter of self-regulated learning (SRL) throughout schooling. In A. Valle, J. C. Núñez, R. G. Cabanach, J. A. González-Pienda& S. Rodriguez (Eds), *Handbook of instructional resources and their applications in the classroom* (pp.107-122). New York: Nova Science.
- Tenreiro−Vieira, C.(n.d.). *Promover a Literacia Matemática dos Alunos: Resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade*. Vila Nova de Gaia: Editora Educação Nacional.
- Veiga Simão, A. M. (2004). O conhecimento estratégico e a auto-regulação da aprendizagem. Implicações em contexto escolar. In A. Lopes da Silva, A. M. Duarte, I. Sá & A. M. Veiga Simão (Eds.), *Aprendizagem Auto-Regulada pelo Estudante. Perspectivas Psicológicas e Educacionais* (pp. 77-94). Porto: Porto Editora.
- Wenstein, C.; Mayer, R.. Learning Strategies: Teaching and Assesing. In: Anderson, L. (1995). *Internacional Encyclopedia of Teaching and Teachers Education*. 2.ª Ed. Oxford: Elsevier Science, p. 471-476.
- Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park: Sage.
- Zimmerman, B. J. (1989). A Social Cognitive View of Self-Regulated Academic Learning. *Journal of Educational Psychology, 81* (3), p. 329-339.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation. A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. Pintrich& M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp.13-39). San Diego: Academic Press.

6. Apêndices

Apêndice I. Guião de entrevista aos alunos

<u>Entrevista Semi-estruturada</u>

I − **Tema**: Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas (3.º ano de escolaridade).

II – **Objetivos gerais**:

✓ Conhecer o processo utilizado na resolução de problemas matemáticos, nomeadamente através da identificação das estratégias utilizadas pelos alunos aquando da resolução de uma determinada tarefa, à luz do método de resolução de problemas de Pólya (adaptado por Boavida, et al. e Palhares, em consonância com o Programa Curricular que é trabalhado no 1.º Ciclo do Ensino Básico).

III – **Objetivos específicos**:

Blocos	Objetivos Específicos	Tópicos	Formulário de Perguntas
Bloco I Legitimação da entrevista e motivação.	- Legitimar a entrevista e motivar o entrevistado.		- Informar o entrevistado sobre a temática e objetivos do trabalho de investigação; - Sublinhar a importância da participação do entrevistado para a realização do trabalho; - Desenvolver um clima de confiança e empatia; - Assegurar a confidencialidade e o anonimato das informações prestadas; - Informar que posteriormente poderá ver a transcrição da entrevista.
Bloco II Averiguação da noção de problema e problema matemático.	- Averiguar o conceito de problema e problema matemático.	- Conceito de problema; - Conceito de problema matemático.	- Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema? - O que é um problema matemático? - Dá um exemplo de problema matemático.
Bloco III Supervisão das tarefas matemáticas propostas.	- Averiguar o procedimento dos alunos durante a resolução da tarefa matemática.	- Métodos e estratégias utilizados na resolução da tarefa matemática.	Solicitar ao entrevistado que resolva uma tarefa matemática, de forma a que possam ser observados os métodos e estratégias utilizados pelos alunos.

Bloco IV Verificação da compreensão da tarefa matemática.	- Averiguar quais as estratégias utilizadas na compreensão da tarefa matemática.	- Estratégias de resolução de tarefas matemáticas.	Solicitar ao entrevistado que relate os primeiros passos tomados na resolução das tarefas propostas. <u>Questões de reforço:</u> ✓ Como foi efetuada a leitura do problema? ✓ A leitura do enunciado foi feita, de seguida, do princípio para o fim? ✓ A leitura foi feita de forma faseada, dividindo o texto por frases? ✓ A leitura foi feita ao mesmo tempo que ia sendo realizado o registo dos dados, na área da resposta? ✓ A leitura foi feita e os dados sublinhados à medida que a mesma ia sendo realizada?
Bloco V Verificação da elaboração de um plano de ação da tarefa matemática.	- Averiguar quais as estratégias utilizadas na elaboração de um plano de ação da tarefa matemática.	- Estratégias de resolução de tarefas matemáticas.	Pedir ao entrevistado que explícite o seu racicínio na resolução da tarefa proposta. <u>Questões de reforço:</u> ✓ Explica o que pensaste fazer para resolver o problema? ✓ Identificaste semelhanças com tarefas resolvidas anteriormente? ✓ Associaste os dados em função da pergunta? ✓ Identificaste uma ou mais estratégias? - Qual a razão da seleção de uma, entre as várias estratégias, por ti identificadas?
Bloco VI Verificação da execução do plano de ação da tarefa matemática.	- Averiguar quais as estratégias utilizadas na execução do plano de ação da tarefa matemática.	- Estratégias de resolução de tarefas matemáticas.	Pedir ao entrevistado que exponha a forma como resolveu a tarefa proposta. <u>Questões de reforço:</u> ✓ Explica como calculaste os teus resultados. ✓ Utilizaste como recurso operações/algoritmo ou cálculo mental?

			✓ Utilizaste como recurso a representação gráfica? ✓ Utilizaste como recurso a tabela ou reta numérica? ✓ Outras.
Bloco VII Verificação da avaliação da tarefa matemática.	- Averiguar quais as estratégias utilizadas na avaliação da tarefa matemática.	- Estratégias de resolução de tarefas matemáticas.	Solicitar ao entrevistado que explicite a forma como avaliou a tarefa proposta. <u>Questões de reforço:</u> ✓ Quando terminaste os cálculos, verificaste se os cálculos estavam corretos? - Ou, aceitaste os valores que obtiveste sem te questionares se estavam corretos? ✓ Refizeste os cálculos para ver se estavam corretos? ✓ Antes de redigires a resposta fizeste mais alguma coisa? - Avaliaste o resultado para ver se a solução era razoável e adequada, segundo os dados, que te foram fornecidos no problema? - Utilizaste estratégias alternativas?

Apêndice II. Autorização dos Encarregados de Educação

Exmo. Encarregado de Educação

Eu, Joana Martins, aluna do 2.º ano do Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, encontro-me a realizar uma investigação no âmbito do Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico sobre a temática da resolução de problemas matemáticos.

Com esta investigação, pretendo levar a cabo um estudo onde irão ser observados os métodos/ estratégias utilizados pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, tendo em vista apurar se estes se relacionam com o método de Pólya e com o modelo de Planificação, Execução e Avaliação (PLEA), do processo de aprendizagem autorregulada.

Contudo, para que seja possível realizar esta investigação, será necessário interagir com os alunos e apresentar tarefas matemáticas, entre maio e junho de 2013. Como modo de registo irão ser efetuadas gravações áudio e durante a realização desta investigação, é garantido o anonimato de todos os participantes.

Para que este trabalho seja possível, é necessário que os Encarregados de Educação autorizem a participação dos seus educandos em todo o processo.

Solicito, assim, a sua atenção e compreensão para autorizar a participação do seu educando na realização deste estudo.

Agradecendo desde já a sua atenção e disponibilidade dispensadas.

____

(Joana Martins)

- -

Autorizo o meu educando ________________________________a participar no estudo realizado pela aluna do Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, no âmbito do seu relatório final de Mestrado.

O Encarregado de Educação

____

Apêndice III. Protocolo da Entrevista da Inês

Protocolo da Entrevista da Inês

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: Um problema é algo que acontece e que tem de ser resolvido.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: É um problema que temos de resolver e que nos ajuda a desenvolver o cálculo.

Ent: Refere um exemplo de problema matemático.

Suj: Numa quinta um pastor tem duas ovelhas, sete galinhas e cinco coelhos. Quantas patas existiam ao todo, na quinta do pastor?

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Quando recebi a folha, comecei por ler o enunciado do problema. Com esta primeira leitura, consegui perceber o que me era pedido. Com a ajuda das flores de plástico comecei a formar possíveis ramos, fazendo sempre as contas mentalmente para que o conjunto das flores que escolhi não passasse dos 10 €. Depois, registei na folha o que pensei. As contas que fiz envolviam tulipas, foram calculadas em cêntimos, mas tornava-se confuso para mim calcular com os 0,10 € e os ramos que não tinham cêntimos foram todos calculados em euros. Por fim, em cada hipótese, calculei quanto sobrou através do algoritmo da subtração. Na hipótese três, utilizei o algoritmo da multiplicação para calcular o valor de três túlipas, pois achei que era mais fácil. Cada conta que terminava, voltava a fazê-la para verificar se estava correta. Terminada cada hipótese, respondia quanto tinha sobrado em cada ramo. Na segunda parte do problema fiz o mesmo, mas cada ramo tinha que ter sempre três túlipas. Então, foi o que fiz. Tive mais dificuldade em não fazer sempre o mesmo ramo, não podia fazer igual. Não senti qualquer dificuldade, pois conhecia as flores do problema e o facto de ter as de plástico ajudou-me muito.

Após a resolução do problema Piquenique no rio Guadiana.

Suj: Como foi resolvido o problema?

Ent: A partir do momento em que recebi as folhas, tal como fiz na situação anterior, comecei por ler o enunciado do problema, sublinhando o que era necessário e mais importante para o puder resolver. Para perceber quantos bongos havia em cada embalagem fiz quatro quadrados, sendo que cada quadrado representava um bongo e tracei uma reta por baixo para indicar que esses quatro pertenciam a uma embalagem. Fiz o mesmo para o Ice Tea. Depois, por tentativas utilizei a tabuada, usei um número "ao calhas" [aleatoriamente] e acabei por escolher o sete. Fiz a conta e o resultado foi 28 pacotes. Para os pacotes de Ice Tea, reparei que o total de pacotes pedidos era 58. Recorri à tabuada dos 6 para ver qual poderia dar 30 e selecionei o 5. Após ter feito estes cálculos, não procedi à revisão dos mesmos, pois já tinha concluído que o total de 58 pacotes saía da adição de 28 mais 30 pacotes e que 7 mais 5 embalagens dava 12, sendo estes os números que estavam indicados no enunciado. De seguida, dei a resposta ao problema. A minha dificuldade inicial foi o facto de não perceber a diferença entre pacote e embalagem, mas depois de me ter sido esclarecida a diferença, resolvi o exercício sem dificuldade.

Apêndice IV. Protocolo da Entrevista da Luísa

Protocolo da Entrevista à Luísa

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: Um problema é uma coisa que acontece e que nos faz pensar. Onde, temos de encontrar uma forma de o resolver com facilidade.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: Um problema matemático é algo que acontece e que depois temos de fazer contas e usar o cálculo mental para dar a resposta.

Ent: Dá um exemplo de problema matemático.

Suj: Numa livraria existem cinco caixas de livros de ciências e quatro caixas de livros de matemática. A livraria precisa de cinco caixas de livros de matemática e de ciências. Quantas caixas faltam para chegar às 10 caixas de livros?

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Quando recebi a folha do problema, comecei por ler o enunciado do mesmo e, conforme ia lendo, fui sublinhando o preço das flores, que era o que mais interessava para o resolver. Depois, percebi que tinha de encontrar quatro hipóteses diferentes, gastando 10€ ou valores inferiores e verificar quanto é que sobrava. Tal como pedia no problema, fiz as quatro hipóteses com a ajuda das flores de plástico e utilizei sempre o cálculo mental para contar o dinheiro que ia gastando. Por exemplo, na primeira hipótese, juntei duas margaridas em que cada uma custava 0,50 cêntimos, logo eram a 1€; de seguida, juntei quatro rosas, cada uma custava 2€, todas juntas davam 8€. Agora, o ramo custava 9€. Como ainda sobrava 1€, juntei mais um cravo e deu 10 €, não sobrando nenhum dinheiro. Fiz o mesmo para as outras hipóteses e conforme as ia terminando, dava a resposta. A segunda parte do exercício pedia para formar vários ramos, sempre com três túlipas. Então, comecei por calcular mentalmente quanto custavam as três túlipas, juntas custavam 6€ e 30 cêntimos. Para continuar com o problema, fui sempre adicionando outras flores até construir o ramo com o máximo de dinheiro. Aceitei sempre os cálculos que fiz, pois não davam resultados estranhos. Fiz várias hipóteses, mas penso que poderia ter feito muitas mais. Em nenhuma altura pensei noutra maneira de resolver o problema. Nesta parte esqueci-me de dar a resposta. Achei este problema fácil, porque na primeira parte só tínhamos de descobrir quatro hipóteses e ver quanto é que se gastava e/ou sobrava com o ramo. As flores de plástico também ajudaram nos cálculos.

Após a resolução do problema <u>O Pedro foi comprar flores</u>.

<u>Ent</u>: Como foi resolvido o problema?

<u>Suj</u>: Comecei por ler o título do problema e, de seguida, li o texto, e sublinhei os dados mais importantes para o resolver. Sublinhei-os e continuei a ler. Como no problema pedia o número de embalagens de cada tipo do bongo e do ice tea, comecei por escrever os dados na folha, ou seja, que cada embalagem de bongo tem 4 pacotes e cada embalagem de ice tea tem 6 pacotes. Depois, pensei do seguinte modo: se uma embalagem de bongo tem 4 pacotes, 2 embalagens têm 8 pacotes; fiz o mesmo para as embalagens do ice tea, concluindo que as duas embalagens têm 12 pacotes. Fiz o mesmo para os dois tipos de sumo até ao número 5, concluindo que 5 embalagens de bongo têm 20 pacotes e 5 embalagens de ice tea tem 30 pacotes, logo obtive 50 pacotes. No problema pedia-se 58, pelo que percebi que teria de juntar, mas, mais duas embalagens de bongo para chegar a esse número. Terminados estes cálculos, somei mentalmente 28 mais 30, e tive o resultado de 58 pacotes e, 12 embalagens, este resultado foi da soma de 5 mais 7. Depois de verificar os meus resultados, dei a resposta. Não achei este problema difícil, porque alcancei obtive os resultados que estavam no problema.

Apêndice V. Protocolo da Entrevista da Mariana

Protocolo da Entrevista à Mariana

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: Um problema é quando alguém faz alguma coisa mal e depois chama alguém para ajudar a resolver a situação.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: É um problema que a professora nos dá, onde temos que pensar numa forma de o resolver através da matemática.

Ent: Dá um exemplo de problema matemático.

Suj: Tenho 150 mil metros. Qual a sua terça parte?

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Comecei por ler o problema e, durante a leitura, sublinhei o que achei mais importante para o resolver. Percei que a pergunta pedia que utilizasse a soma para achar o preço do ramo e à subtração para calcular quanto sobrava. Nas contas que fiz, utilizei o algoritmo e o cálculo mental, mas quando acabei, esqueci-me de dar a resposta. Na segunda parte do problema, comecei por calcular o preço de três túlipas, que deu 6,30 €.

Depois, consegui fazer 6 ramos diferentes, mas penso que poderia ter feito muitos mais. Nesta parte, já não me esqueci de dar a resposta. Consegui resolver este problema com facilidade, porque na aula já tinha feito um problema parecido, mas achei difícil ter que estar sempre atenta para não fazer ramos iguais.

Após a resolução do problema <u>Piquenique no rio Guadiana</u>.

<u>Ent</u>: Como foi resolvido o problema?

<u>Suj</u>: Neste problema, fiz o mesmo que no anterior, ou seja, fui lendo e sublinhando ao mesmo tempo o que achava importante para a sua resolução. Neste problema, utilizei a tabuada, ou seja, fui trabalhando as tabuadas do 4 e dos 6, [respetivamente] para o bongo e para o ice tea. Ao mesmo tempo que trabalhava as tabuadas, ia somando o número de pacotes com que ia ficando, até que cheguei aos 6x6, e obtive 36. Somei e fiquei com 56 pacotes. Achei estranho, porque o enunciado pedia 58 e o meu resultado era 56. Onde é que eu iria arranjar os 2 pacotes que faltavam? Então, decidi utilizar apenas os 30 pacotes de ice tea e continuar com os do bongo. Trabalhei mais duas tabuadas e obtive 28 que, depois de somar com 30, davam os 58 pacotes. Verifiquei os cálculos e dei a resposta.

Apêndice VI. Protocolo da Entrevista do José

Protocolo da Entrevista ao José

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: Para mim, um problema no meu dia a dia é quando estou a jogar à bola com os meus amigos e ela vai para o outro lado da rede. Quando isso acontece tento que alguém que esteja na rua me passe a bola e o meu problema fica resolvido.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: Um problema matemático é aquele que envolve contas, outras vezes desenhos, pintura e através destas coisas conseguimos, por exemplo, achar quantas ovelhas existem num rebanho.

Ent: Dá um exemplo de problema matemático.

Suj: Quantas gramas tem um quilo?

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Comecei o problema lendo o enunciado. Depois, sublinhei os preços das flores. Na primeira parte do problema, não prestei atenção ao enunciado, por isso fiz apenas um ramo, onde juntei dois cravos (2€), uma rosa (2€) e uma túlipa (2,10 €), e tudo junto dava 6,10€. Para tentar chegar aos 10 €, juntei mais seis margaridas (3€), somei-as ao resto do ramo e fiquei com 9,10€. Utilizando o cálculo mental, vi que restavam 90 cêntimos. Dei a resposta e passei à segunda parte do problema, na qual achei que era mais fácil para mim utilizar desenhos para construir os ramos. No primeiro ramo, comecei por colocar as três túlipas que o enunciado exigia, calculei mentalmente que custavam 6,30€, depois juntei os três cravos e uma margarida, fiz a soma e fiquei com 9,80€.

Após a resolução do problema <u>Piquenique no rio Guadiana</u>.

<u>Ent</u>: Como foi resolvido o problema?

<u>Suj</u>: Comecei por ler todo o texto do problema, sublinhando no fim o que achei mais importante para a resolução. Na folha onde o resolvi, comecei por escrever o número de pacotes que tinha cada embalagem. Depois, fui somando o número de pacotes por cada embalagem [4 e 6, respetivamente bongo e ice tea], até que cheguei às 5 embalagens de cada tipo de pacote e observei que no bongo dava 20 pacotes e no ice tea 30. Percebi, logo, que se queria mais oito pacotes, deveria continuar com o bongo. Juntei mais duas embalagens e fiquei com 28 pacotes. Somei os pacotes que calculei e fiquei com 58; somei as embalagens e deu 12. Finalmente, dei resposta.

Apêndice VII. Protocolo da Entrevista da Catarina

Protocolo da Entrevista à Catarina

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: Um problema, para mim, é quando a minha mãe me dá um chocolate e eu tenho de arranjar uma forma de o dividir com o meu irmão.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: Muito difícil, onde temos de explicar o que pensamos com contas.

Ent: Dá um exemplo de problema matemático.

Suj: A Catarina foi ao mercado e comprou dez chocolates, cada um custou 1 euro e cinquenta cêntimos. Quanto custou os chocolates no total?

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Comecei por ler o problema e durante a leitura vi o preço de cada flor. Depois, reli o enunciado que pedia para formar quatro ramos diferentes. Para o primeiro ramo, comecei por escrever na folha que duas rosas custavam quatro euros, três cravos três euros, uma túlipa dois euros e 10 cêntimos e a margarida cinquenta cêntimos. Depois, somei tudo e tive o resultado, a partir do qual subtrai para ver quanto tinha restado. Durante as contas, somava ou subtraia os euros com os euros e os cêntimos com os cêntimos. Quando iniciei a resolução do problema, percebi que a soma seria a melhor forma de ter o resultado certo, por isso não voltei atrás para ver se esse resultado estava certo. Na segunda parte, fiz o mesmo, mas mantendo sempre no ramo três tulipas e, como não pedia no enunciado, não realizei a subtração para achar o excesso. Quando terminei o problema, não apresentei a resposta, porque me esqueci.

Após a resolução do problema Piquenique no rio Guadiana.

Suj: Como foi resolvido o problema?

Ent: Comecei por ler o problema e sublinhar os dados que achei mais relevantes para o resolver. Quando terminei, decidi desenhar os pacotes que cada embalagem tinha. Então, comecei por desenhar duas embalagens de bongo e duas de ice tea, somei os pacotes de cada tipo e obtive 8 pacotes de bongo e 12 de ice tea. Depois, repeti o processo e fiquei com 16 pacotes de bongo e 24 de ice tea. Somei ao bongo uma embalagem e tive 20 pacotes; voltei a fazer o mesmo para o ice tea e fiquei com 30. De seguida, pensei que, se os juntasse, iria ficar com o número certo de pacotes, mas fiquei apenas com 50. Então, como faltavam 8 pacotes, juntei duas embalagens de bongo e obtive o número de pacotes pedidos, assim como o número de embalagens. No fim, dei a resposta do problema.

Apêndice VIII. Protocolo da Entrevista do António

Protocolo da Entrevista ao António

Ent: Esta entrevista destina-se à elaboração de um relatório de investigação no âmbito do Mestrado na Especialidade de Educação Pré-escolar e Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo o tema "Métodos e estratégias na resolução de tarefas matemáticas".

O presente guião foi desenvolvido no âmbito do 2.º Ciclo de formação em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja, com o objetivo de tentar conhecer quais os métodos e estratégias utilizados na resolução de tarefas matemáticas por alunos do 3.º ano de escolaridade.

Desde já, quero agradecer a tua disponibilidade em responder às questões que tenho previstas, uma vez que a tua colaboração será de grande importância relativamente à temática em estudo. Apesar da tua colaboração ser voluntária, revela-se para mim essencial.

Todas as declarações feitas são anónimas e confidenciais.

Ent: Na tua vida (no teu dia a dia), o que é para ti um problema?

Suj: É uma coisa difícil, chata e má que tem de ser resolvida, fazendo as coisas bem.

Ent: O que é um problema matemático?

Suj: É um problema que temos de resolver com contas que tem de dar um resultado certo.

Ent: Dá um exemplo de problema matemático.

Suj: Um problema matemático tem de ser grande. 5000x1000.

Após a resolução do problema O Pedro foi comprar flores.

Ent: Como foi resolvido o problema?

Suj: Comecei por ler as perguntas e percebi que tinha de construir ramos sem ultrapassar os 10 €. No primeiro ramo, comecei por juntar cinco cravos, que custavam 5€, mais uma rosa (2€), uma tulipa (2€10) e uma margarida (0,50€), tudo junto deu 9,60€. Depois, fiz a subtração (10€ - 9,60€) e calculei o troco (0,40€). Fiz sempre mesmo para a construção de todos os ramos. Na segunda pergunta, o enunciado pedia a construção de ramos diferentes, com a mesma quantidade de dinheiro, mas sempre com três túlipas. Registei o preço destas flores que deu 6€30 e fui juntando sempre flores diferentes. Só fiz três ramos, mas acho que poderia ter feito muitos mais. Não revi os cálculos, porque achei que estavam certos. Não apresentei nenhuma resposta ao problema e tive dificuldades em compreendê-lo, porque não decorei o preço de cada flor.

Após a resolução do problema Piquenique no rio Guadiana.

Suj: Como foi resolvido o problema?

Ent: No problema do piquenique, comecei por fazer a leitura do enunciado e percebi que tinha de recorrer à tabuada do 4 e do 6 [número de pacotes de cada embalagem de sumo] para descobrir quantas embalagens tinha de comprar. Nos bongos, fui utilizando a tabuada dos 4 até ver que era o suficiente. Então, dos 58 pacotes dados no problema subtrai os 28 [4x7] e fiquei com 30, pensando que seria esse o número de pacotes do ice tea. Depois, usei a tabuada dos 6 para ficar com o referido número. Somei, então, o número de pacotes das embalagens de cada sumo, ficando com os 58 pacotes e, consequentemente, as 12 embalagens. No fim, dei a resposta. Pensei em resolver este problema através de desenhos, mas achei que desta forma era mais prático. Não verifiquei os cálculos, porque os resultados obtidos eram igual ao pedido no enunciado do problema.

Apêndice IX. Primeiro Tratamento da Entrevista da Inês

Primeiro Tratamento da Entrevista da Inês

[Noção de problema] *Um problema é algo que acontece e que tem de ser resolvido*.

[Noção de problema matemático] *É um problema que temos de resolver e que nos ajuda a desenvolver o cálculo*.

[Exemplo de problema matemático] *Numa quinta um pastor tem duas ovelhas, sete galinhas e cinco coelhos. Quantas patas existiam ao todo, na quinta do pastor?*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *A partir do momento em que recebi as folhas, tal como fiz na situação anterior, comecei por ler o enunciado do problema, sublinhando o que era necessário e mais importante para o poder resolver.*

A minha dificuldade inicial foi o facto de não perceber a diferença entre pacote e embalagem, mas depois de me ter sido esclarecida a diferença, resolvi o exercício sem dificuldade.

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Quando recebi a folha, comecei por ler o enunciado do problema. Com esta leitura, consegui perceber o que me era pedido. Sublinhei as flores e os seus preços, pois era o mais importante para me ajudar a resolvê-lo*.

(…) pois conhecia as flores do problema (…).

(…) mas cada ramo tinha que ter sempre três tulipas.

[Fazer e executar o plano – O piquenique no rio Guadiana] *Para perceber quantos bongos havia em cada embalagem fiz quatro quadrados, sendo que cada quadrado representava um bongo e tracei uma reta por baixo para indicar que esses quatro pertenciam a uma embalagem. Fiz o mesmo para o Ice Tea. Depois, por tentativas utilizei a tabuada, usei um número "ao calhas" [aleatoriamente] e acabei por escolher o sete. Fiz a conta e o resultado foi 28 pacotes. Para os pacotes de Ice*

Tea, reparei que o total de pacotes pedidos era 58. Usei a tabuada do 6 para ver qual poderia dar 30 e vi que era o 5.

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *Com a ajuda das flores de plástico comecei a formar possíveis ramos, fazendo sempre as contas mentalmente para que o conjunto das flores que escolhi não passasse dos 10 €. Depois, registei na folha do exercício o que pensei. As contas que fiz envolviam tulipas, foram calculadas em cêntimos, mas tornava-se confuso para mim calcular com os 0,10 € e os ramos que não tinham cêntimos foram todos calculados em euros. Por fim, em cada hipótese, calculei quanto sobrou através do algoritmo da subtração. Na hipótese três, utilizei o algoritmo da multiplicação para calcular o valor de três túlipas, pois achei que era mais fácil.(...) Terminada cada hipótese, respondia quanto tinha sobrado em cada ramo.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] *Após ter feito estas contas, não revi, pois já tinha concluído que o total de 58 pacotes saía da adição de 28 mais 30 pacotes e que 7 mais 5 embalagens dava 12, sendo estes os números que estavam indicados no enunciado. De seguida, dei a resposta ao problema.*

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] *Cada conta que terminava, voltava a fazê-la para verificar se estava correta*.

Apêndice X. Primeiro Tratamento da Entrevista da Luísa

Primeiro Tratamento da Entrevista da Luísa

[Noção de problema] *Um problema é uma coisa que acontece e que nos faz pensar. Onde, temos de encontrar uma forma de o resolver com facilidade*.

[Noção de problema matemático] *Um problema matemático é algo que acontece e que depois temos de fazer contas e usar o cálculo mental para dar a resposta*.

[Exemplo de problema matemático] *Numa livraria existem cinco caixas de livros de ciências e quatro caixas de livros de matemática. A livraria precisa de cinco caixas de livros de matemática e de ciências. Quantas caixas faltam para chegar às 10 caixas de livros?*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *Comecei por ler o título do problema e, de seguida, li o texto, e sublinhei os dados mais importantes para o resolver, sublinhei-os e continuei a ler. Como no problema pedia o número de embalagens de cada tipo do bongo e do ice tea, comecei por escrever os dados na folha, ou seja, que cada embalagem de bongo tem 4 pacotes e cada embalagem de ice tea tem 6 pacotes.*

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Quando recebi a folha do problema, comecei por ler o enunciado do mesmo e, conforme, ia lendo fui sublinhando o preço das flores, que era o que mais interessava para o resolver. Depois, percebi que tinha de encontrar quatro hipóteses diferentes, gastando 10€ ou valores inferiores e ver quanto é que sobrava.*

[Fazer e executar o plano – O piquenique no rio Guadiana] *Depois, pensei do seguinte modo: se uma embalagem de bongo tem 4 pacotes, 2 embalagens têm 8 pacotes; fiz o mesmo para as embalagens do ice tea, concluindo que as duas embalagens têm 12 pacotes. Fiz o mesmo para os dois tipos de sumo até ao número 5, concluindo que 5 embalagens de bongo têm 20 pacotes e 5 embalagens de ice tea tem 30 pacotes, logo obtenho 50 pacotes. No problema pedia-se 58, mas percebi que teria de juntar, pelo menos, mais duas embalagens de bongo para chegar a esse número.*

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *Tal como pedia no problema, fiz as quatro hipóteses com a ajuda das flores de plástico e utilizei sempre o cálculo mental para contar o dinheiro que ia gastando. Por exemplo, na primeira hipótese, juntei duas margaridas em que cada uma custava 0,50 cêntimos, logo eram a 1€; de seguida, juntei quatro rosas, cada uma custava 2€, todas juntas davam 8€. Agora, o ramo custava 9€. Como ainda sobrava 1€, juntei mais um cravo e deu 10 €, não sobrando nenhum dinheiro. Fiz o mesmo para as outras hipóteses e conforme as ia terminando, dava a resposta. A segunda parte do exercício pedia para formar vários ramos, sempre com três túlipas. Então, comecei por calcular mentalmente quanto custavam as três túlipas, que juntas custavam 6€ e 30 cêntimos. Para continuar com o problema, fui sempre pondo outras flores até construir o ramo com o máximo de dinheiro.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] *Terminados estes cálculos, somei mentalmente 28 mais 30, e tive o resultado de 58 pacotes e, consequentemente, 12 embalagens, resultando da adição de 5 mais 7. Depois de verificar os meus resultados, dei a resposta. Não achei este problema difícil, porque obtive os resultados pedidos no enunciado.*

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] *Aceitei sempre os cálculos que fiz, pois não davam resultados estranhos. Fiz várias hipóteses, mas penso que poderia ter feito muitas mais. Nesta parte esqueci-me de dar a resposta. Em nenhuma altura pensei noutra maneira de fazer o exercício.*

Apêndice XI. Primeiro Tratamento da Entrevista da Mariana

Primeiro Tratamento da Entrevista da Mariana

[Noção de problema] *Um problema é quando alguém faz alguma coisa mal e depois chama alguém para ajudar a resolver a situação*.

[Noção de problema matemático] *É um problema que a professora nos dá, onde temos que pensar numa forma de o resolver através da matemática*.

[Exemplo de problema matemático] *Tenho 150 mil metros. Qual a sua terça parte?*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *Neste problema, fui lendo e sublinhando ao mesmo tempo o que achava importante para a sua resolução.*

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Comecei por ler o problema e, durante a leitura, sublinhei o que achei mais importante para o resolver. Percebi que a perguntapedia que utilizasse a soma para achar o preço do ramo e à subtração para calcular quanto sobrava.*

[Fazer e executar o plano – O piquenique no rio Guadiana] *Neste problema, utilizei a tabuada, ou seja, fui trabalhando as tabuadas do 4 e do 6, [respetivamente] para o bongo e para o ice tea. Ao mesmo tempo que trabalhava as tabuadas, ia somando o número de pacotes com que ia ficando, até que cheguei aos 6x6, e obtive 36. Somei e fiquei com 56 pacotes. Achei estranho, porque o enunciado pedia 58 e o meu resultado era 56. Onde é que eu iria arranjar os 2 pacotes que faltavam? Então, decidi utilizar apenas os 30 pacotes de ice tea e continuar com os do bongo.*

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *Nas contas que fiz, utilizei o algoritmo e o cálculo mental, mas quando acabei, esqueci-me de dar a resposta. Na segunda parte do problema, comecei por calcular o preço de três túlipas, que deu 6,30 €. Depois, consegui fazer 6 ramos diferentes, mas penso que poderia ter feito muitos mais. Nesta parte, já não me esqueci de dar a resposta. Consegui resolver* *este problema com facilidade, porque na aula já tinha feito um problema parecido, mas achei difícil ter que estar sempre atenta para não fazer ramos iguais.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] *Trabalhei mais duas tabuadas e obtive 28 que, depois de somar com 30, davam os 58 pacotes. Verifiquei os cálculos e dei a resposta.*

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] −

.

Apêndice XII. Primeiro Tratamento da Entrevista do José

Primeiro Tratamento da Entrevista do José

[Noção de problema] *Para mim, um problema no meu dia a dia é quando estou a jogar à bola com os meus amigos e ela vai para o outro lado da rede. Quando isso acontece tento que alguém que esteja na rua me passe a bola e o meu problema fica resolvido*.

[Noção de problema matemático] *Um problema matemático é aquele que envolve contas, outras vezes desenhos, pintura e através destas coisas conseguimos, por exemplo, achar quantas ovelhas existem num rebanho*.

[Exemplo de problema matemático] *Quantas gramas tem um quilo?*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *Comecei por ler todo o texto do problema, sublinhando no fim o que achei mais importante para a resolução*.

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Comecei o problema lendo o enunciado. Depois sublinhei os preços das flores*.

[Fazer e executar o plano – *O piquenique no rio Guadiana] Na folha onde o resolvi, comecei por escrever o número de pacotes que tinha cada embalagem. Depois, fui somando o número de pacotes por cada embalagem* [4 e 6, respetivamente bongo e ice tea], *até que cheguei às 5 embalagens de cada tipo de pacote e observei que no bongo dava 20 pacotes e no ice tea 30. Percebi, logo, que se queria mais oito pacotes, deveria continuar com o bongo. Juntei mais duas embalagens e fiquei com 28 pacotes. Somei os pacotes que calculei e fiquei com 58; somei as embalagens e deu 12. Estes dados estavam no problema. Finalmente, dei resposta.*

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *Na primeira parte do problema, não prestei atenção ao enunciado, por isso fiz apenas um ramo, onde juntei dois cravos (2€), uma rosa (2€) e uma túlipa (2,10 €), tudo junto dava 6,10€. Para tentar chegar aos 10 €, juntei mais seis margaridas (3€), somei-as ao resto do ramo e fiquei com 9,10€. Utilizando o cálculo mental, vi que restavam 90 cêntimos. Dei a* *resposta e passei à segunda parte do problema, na qual achei que era mais fácil para mim utilizar desenhos para construir os ramos. No primeiro ramo, comecei por colocar as três túlipas que o enunciado exigia, calculei mentalmente que custavam 6,30€, depois juntei os três cravos e uma margarida, fiz a soma e fiquei com 9,80€.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] −

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] −

Apêndice XIII. Primeiro Tratamento da Entrevista da Catarina

Primeiro Tratamento da Entrevista da Catarina

[Noção de problema] *Um problema, para mim, é quando a minha mãe me dá um chocolate e eu tenho de arranjar uma forma de o dividir com o meu irmão.*

[Noção de problema matemático] *Muito difícil, onde temos de explicar o que pensamos com contas.*

[Exemplo de problema matemático] *A Catarina foi ao mercado e comprou dez chocolates, cada um custou 1 euro e cinquenta cêntimos. Quanto custaram os chocolates no total?*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *Comecei por ler o problema e sublinhar os dados que achei mais importantes.*

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Comecei por ler o problema e durante a leitura vi o preço de cada flor. Depois, reli o enunciado que pedia para formar quatro ramos diferentes.*

[Fazer e executar o plano – O piquenique no rio Guadiana] *Quando terminei, decidi desenhar os pacotes que cada embalagem tinha. Então, comecei por desenhar duas embalagens de bongo e duas de ice tea, somei os pacotes de cada tipo e obtive 8 pacotes de bongo e 12 de ice tea. Depois, repeti o processo e fiquei com 16 pacotes de bongo e 24 de ice tea. Depois, somei ao bongo uma embalagem e tive 20 pacotes; voltei a fazer o mesmo para o ice tea e fiquei com 30. De seguida, pensei que, se os juntasse, iria ficar com o número certo de pacotes, mas fiquei apenas com 50. Então, como faltavam 8 pacotes, juntei duas embalagens de bongo e obtive o número exato de pacotes pedidos, assim como o número de embalagens. No fim, dei a resposta do problema.*

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *Para o primeiro ramo, comecei por escrever na folha que duas rosas custavam quatro euros, três cravos três euros, uma túlipa dois euros e 10 cêntimos e a margarida cinquenta cêntimos. Depois, somei tudo e tive um resultado, a partir do qual subtrai para ver quanto tinha restado. Durante as contas, somava ou subtraia os euros com os euros e os cêntimos com os* *cêntimos. Quando iniciei a resolução do problema, percebi que a soma seria a melhor forma de ter o resultado certo, por isso não voltei atrás para ver se o resultado estava certo. Na segunda parte, fiz o mesmo, mas mantendo sempre no ramo três tulipas e, como não pedia no enunciado, não realizei a subtração para achar o que sobrava.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] −

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] *Quando terminei o problema, não dei resposta, porque me esqueci.*

Apêndice XIV. Primeiro Tratamento da Entrevista do António

Primeiro Tratamento da Entrevista do António

[Noção de problema] *É uma coisa difícil, chata e má que tem de ser resolvida, fazendo as coisas bem*.

[Noção de problema matemático] *É um problema que temos de resolver com contas que tem de dar um resultado certo*.

[Exemplo de problema matemático] *Um problema matemático tem de ser grande. 5000x1000.*

[Compreensão do problema – O piquenique no rio Guadiana**]** *No problema do piquenique, comecei por fazer a leitura do enunciado e percebi que tinha de recorrer à tabuada do 4 e do 6* [número de pacotes de cada embalagem de sumo] *para descobrir quantas embalagens tinha de comprar*.

[Compreensão do problema – O Pedro foi comprar flores] *Comecei por ler as perguntas e percebii que tinha de construir ramos sem passar dos 10 €.*

[Fazer e executar o plano – O piquenique no rio Guadiana] *Nos bongos, fui utilizando a tabuada dos 4 até ver que era suficiente. Então, dos 58 pacotes dados no problema subtrai os 28 (4x7) e fiquei com 30, pensando que seria esse o número de pacotes do ice tea. Depois, usei a tabuada do 6 para ficar com o número que dava no problema.*

[Fazer e executar o plano – O Pedro foi comprar flores] *No primeiro ramo, comecei por juntar cinco cravos, que custavam 5 €, mais uma rosa (2€), uma tulipa (2€10) e uma margarida (0,50€), tudo junto deu 9,60€. Depois, fiz a subtração (10€ - 9,60€) e calculei o troco (0,40€). Fiz sempre o mesmo para a construção de todos os ramos. Na segunda pergunta, o enunciado pedia a construção de ramos diferentes, com a mesma quantidade de dinheiro, mas sempre com três túlipas. Registei o preço destas flores que deu 6€30 e fui juntando sempre flores diferentes. Só fiz três ramos, mas acho que poderia ter feito muitos mais. Não revi os cálculos, porque achei que estavam certos.*

[Verificar todos os cálculos − O piquenique no rio Guadiana] *Somei, então, o número de pacotes das embalagens de cada sumo, ficando com os 58 pacotes e, consequentemente, as 12 embalagens. No fim, dei a resposta. Pensei em resolver este problema através de desenhos, mas achei que desta forma era mais prático. Não verifiquei os cálculos, porque os resultados obtidos eram igual ao pedido no enunciado do problema.*

[Verificar todos os cálculos − O Pedro foi comprar flores] *Não dei nenhuma resposta ao problema e tive dificuldades em compreendê-lo, porque não decorei o preço de cada flor.*

Apêndice XV. Planificação do problema *Piquenique no rio Guadiana*

Instituto Poletécnico de Beja – Escola Superior de Educação	Agrupamento de Escolas de Mértola 2012/2013
Ano de escolaridade: 3.º ano	
TEMA /TÓPICO/ SUBTÓPICO	
<u>**Capacidades transversais**</u> **Tópicos:** <u>Resolução de problemas</u> ✓ Compreensão do problema; ✓ Concepção, aplicação e justificação de estratégias. <u>Raciocínio matemático</u> ✓ Justificação; ✓ Formulação e teste de conjecturas. <u>Comunicação matemática</u> ✓ Interpretação; ✓ Representação; ✓ Expressão; ✓ Discussão. <u>**Conexões com outros temas matemáticos**</u> **Tópico:** <u>Operações com números naturais</u> ✓ Adição; Multiplicação.	
OBJETIVOS PRINCIPAIS	
✓ Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização de conhecimentos matemáticos; ✓ Desenvolver nos alunos a compreensão das operações e a capacidade de cálculo	

mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.
OBJECTIVOS GERAIS
✓ Resolver problemas em contextos matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados; ✓ Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas, explicando processos e ideias e justificando resultados; ✓ Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos; ✓ Desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito.
OBJECTIVOS ESPECÍFICOS
Resolução de problemas ✓ Identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; ✓ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. **Raciocínio matemático** ✓ Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos; ✓ Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples. **Comunicação matemática** ✓ Interpretar informação e ideias matemáticas; ✓ Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; ✓ Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito utilizando linguagem e vocabulário próprios; ✓ Discutir resultados, processos e ideias matemáticos. **Conexões com outros temas matemáticos** Operações com números naturais ✓ Compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para a adição e multiplicação.
DESENVOLVIMENTO DA AULA / TAREFA – Piquenique no rio Guadiana
No dia da árvore, o Ricardo e o Diogo vão fazer um piquenique com um grupo de amigos, perto do Pulo do Lobo, no rio Guadiana.

Eles compraram pacotes de sumo para todos. Uns pacotes são vendidos em embalagens de quatro (Bongo) e outros de seis (Ice Tea). Em conjunto, compraram 12 embalagens, num total de 58 pacotes de sumo. Descobre quantas embalagens de cada tipo compraram os dois rapazes?

Antes da sua entrega, a professora lê o enunciado de forma pausada, reformulando-o, adaptando ainda mais a linguagem à idade e nível de desenvolvimento das crianças.

Apresenta a diferença entre pacote e embalagem, mostrando uma embalagem de cada tipo de sumo para que possam verificar a diferença, efetuando a articulação com o enunciado, para, à partida, anular dificuldades associadas à sua identificação e/ou criar condições reais, através da manipulação, de sucesso na execução da tarefa, a alguns alunos com um domínio mais frágil dos pré-requisitos essenciais.

Facilidades/Dificuldades dos alunos previstas

Espera-se que os alunos não sintam dificuldades na compreensão do enunciado por se considerar simples e pelo facto de apresentarem boas competências de compreensão de textos em Língua Portuguesa e, igualmente, pelo facto de apelar às vivências adquiridas no dia a dia das aulas, mas de forma mais sistemática nos últimos dias, no âmbito da área curricular de Estudo do Meio.

Perspectiva-se que uma parte, reduzida, dos alunos resolva todo o problema sem dificuldade. Pelo contrário, na maioria dos alunos poderão surgir hesitações, transformadas ou não em obstáculos, associadas à diferença de embalagem e pacote.

Considera-se que esta sessão é um risco, mas um risco ponderado. Esta tarefa é uma adaptação, feita pela professora, que foi ligeiramente simplificada mas que constitui um desafio complexo para os alunos. É importante que os alunos tenham oportunidade de executar tarefas fora do seu desenvolvimento efectivo para crescerem para patamares superiores de desenvolvimento do raciocínio e de outras capacidades matemáticas.

AVALIAÇÃO

- Sucesso na resolução do problema.
- Participação dos alunos no momento de comunicação e discussão de estratégias e resultados.

RECURSOS

- Ficha de trabalho;

- Lápis de carvão; - Lápis de cor; - Embalagens e pacotes de sumo.
ANEXOS
Enunciado do problema

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MÉRTOLA **EB1 DE MÉRTOLA** turma B - 2º ano / Janeiro 2010		**MATEMÁTICA**

Nome:
Data:

Piquenique no rio Guadiana

No dia da árvore, o Ricardo e o Diogo vão fazer um piquenique com um grupo de amigos, perto do Pulo do Lobo, no rio Guadiana.

Eles compraram pacotes de sumo para todos. Uns pacotes são vendidos em embalagens de quatro (Bongo) e outros de seis (Ice Tea). Em conjunto, compraram 12 embalagens, num total de 58 pacotes de sumo.

1. Descobre quantas embalagens de cada tipo compraram os dois rapazes?

Apêndice XVI. Planificação do problema *O Pedro foi comprar flores*

Instituto Poletécnico de Beja – Escola Superior de Educação	Agrupamento de Escolas de Mértola 2012/2013
Ano de escolaridade: 3.º ano	
TEMA /TÓPICO/ SUBTÓPICO	

Capacidades transversais

Tópicos:

Resolução de problemas

- ✓ Compreensão do problema;
- ✓ Concepção, aplicação e justificação de estratégias.

Raciocínio matemático

- ✓ Justificação;
- ✓ Formulação e teste de conjecturas.

Comunicação matemática

- ✓ Interpretação;
- ✓ Representação;
- ✓ Expressão;
- ✓ Discussão.

Conexões com outros temas matemáticos

Geometria e medida

Tópico:

Dinheiro

- ✓ Moedas notas e contagem;
- ✓ Comparação de valores.

Números e operações

Tópico:

Operações com números naturais

- ✓ Adição;

Subtracção.
OBJETIVOS PRINCIPAIS
✓ Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização de conhecimentos matemáticos; ✓ Desenvolver nos alunos a compreensão das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.
OBJECTIVOS GERAIS
✓ Resolver problemas em contextos matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados; ✓ Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas, explicando processos e ideias e justificando resultados; ✓ Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos; ✓ Desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito.
OBJECTIVOS ESPECÍFICOS
<u>Resolução de problemas</u>: ✓ Identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; ✓ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. <u>Raciocínio matemático:</u> ✓ Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos; ✓ Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples. <u>Comunicação matemática:</u> ✓ Interpretar informação e ideias matemáticas; ✓ Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; ✓ Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito utilizando linguagem e vocabulário próprios;

✓ Discutir resultados, processos e ideias matemáticos

<u>Conexões com outros temas matemáticos</u>

<u>Dinheiro</u>

✓ Conhecer, relacionar as moedas e realizar contagens.

<u>Operações com números naturais</u>

✓ Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para a adição e subtracção.

DESENVOLVIMENTO DA AULA / TAREFA – O Pedro foi comprar flores

O pai do Pedro deu-lhe 10 euros para comprar flores para oferecer à mãe.
Quando chegou ao mercado, a florista disse-lhe o seguinte:
− Hoje só há rosas, cravos, margaridas e tulipas. Cada rosa custa 2 euros, cada cravo custa 1 euro, cada margarida 50 cêntimos e cada tulipa 2 euros e 10 cêntimos.
O que é que queres comprar?

3. Descobre 4 hipóteses de fazer ramos gastando o máximo de dinheiro possível. No caso de sobrar dinheiro diz quanto sobrou.

4. Gastando 10 euros, quantos ramos diferentes podem ser feitos com 3 túlipas?

Após a sua entrega, a professora lê o enunciado de forma pausada, reformulando-o, adaptando ainda mais a linguagem à idade e nível de desenvolvimento das crianças. Apresenta as flores e refere os seus nomes, efectuando a articulação com o enunciado, para, à partida, anular dificuldades associadas à sua identificação e/ou criar condições reais, através da manipulação, de sucesso na execução da tarefa, a alguns alunos com um domínio mais frágil dos pré-requisitos essenciais.

Facilidades/ Dificuldades dos alunos previstas

Espera-se que os alunos não sintam dificuldades na compreensão do enunciado por se considerar simples e pelo facto de apresentarem boas competências de compreensão de textos em Língua Portuguesa e, igualmente, pelo facto de apelar a sentimentos explorados no dia a dia das aulas, mas de forma mais sistemática nos últimos dias, no âmbito da área curricular de Estudo do Meio e também em Formação Cívica (família, amigos e namoro).

Os alunos podem tornear as eventuais dificuldades, dado que as perguntas não referem a obrigatoriedade de usar todos os tipos de flores. É importante que os alunos tenham oportunidade de executar tarefas fora do seu desenvolvimento efectivo para crescerem para patamares superiores de desenvolvimento do raciocínio e de outras capacidades

matemáticas.
AVALIAÇÃO
- Sucesso na resolução do problema. - Participação dos alunos no momento de comunicação e discussão de estratégias e resultados.
RECURSOS
- Enunciado do problema; - Flores artificiais; - Jarra; - Lápis; - Borracha.
ANEXOS
Enunciado do problema.

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MÉRTOLA **EB1 DE MÉRTOLA** Turma A - 3º ano / Janeiro 2010	**MATEMÁTICA**

Nome:

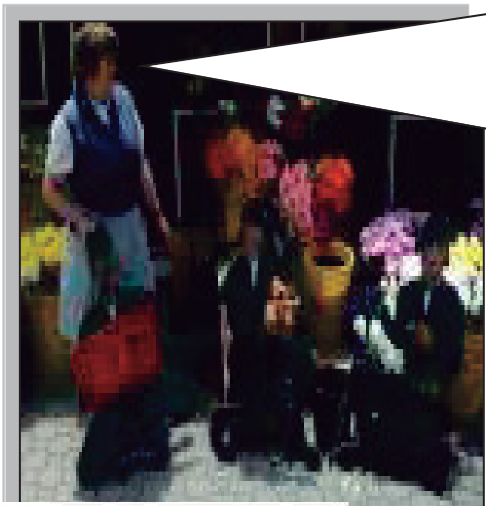
Data:

O Pedro foi comprar flores

O pai do Pedro deu-lhe 10 euros para comprar flores para oferecer à mãe. Quando chegou ao mercado, a florista disse-lhe o seguinte:

Hoje só há rosas, cravos, margaridas e tulipas. Cada rosa custa 2 euros, cada cravo custa 1 euro, cada margarida 50 cêntimos e cada tulipa 2 euros e 10 cêntimos.

O que é que queres comprar?



1. Descobre 4 hipóteses de fazer ramos gastanto o máximo de dinheiro possível. No caso de sobrar dinheiro diz quanto sobrou.

2. Gastando entre 9€ e 10€, quantos ramos diferentes podem ser feitos com 3 túlipas?